

宜春实验中学 2025~2026 学年度上学期阶段性质量检测 (一)

九年级数学试卷

一、单选题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

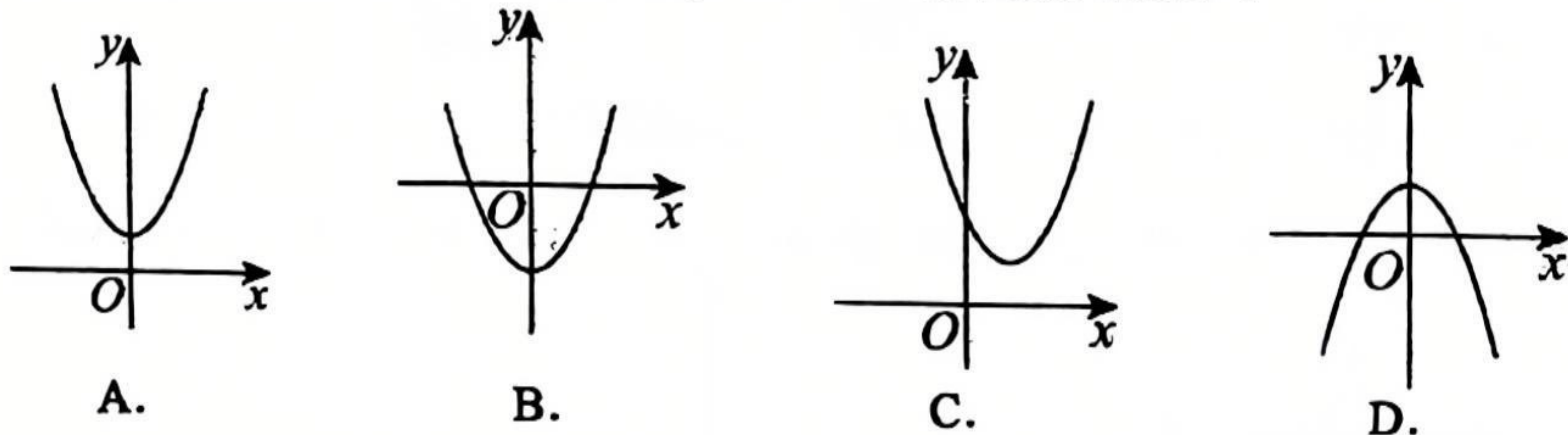
1. 公元前 5 世纪, 古希腊数学家毕达哥拉斯首次提出关于一元二次方程的概念. 下列方程中, 是一元二次方程的是 ()

- A. $2x + 1 = 0$ B. $x^2 + 1 = 0$ C. $x + y^2 = 1$ D. $\frac{x(x^2-1)}{x} = 0$

2. 一元二次方程 $x^2 = 9$ 的解是 ()

- A. $x = 3$ B. $x = -3$
C. $x_1 = -3, x_2 = 3$ D. $x_1 = -\sqrt{3}, x_2 = \sqrt{3}$

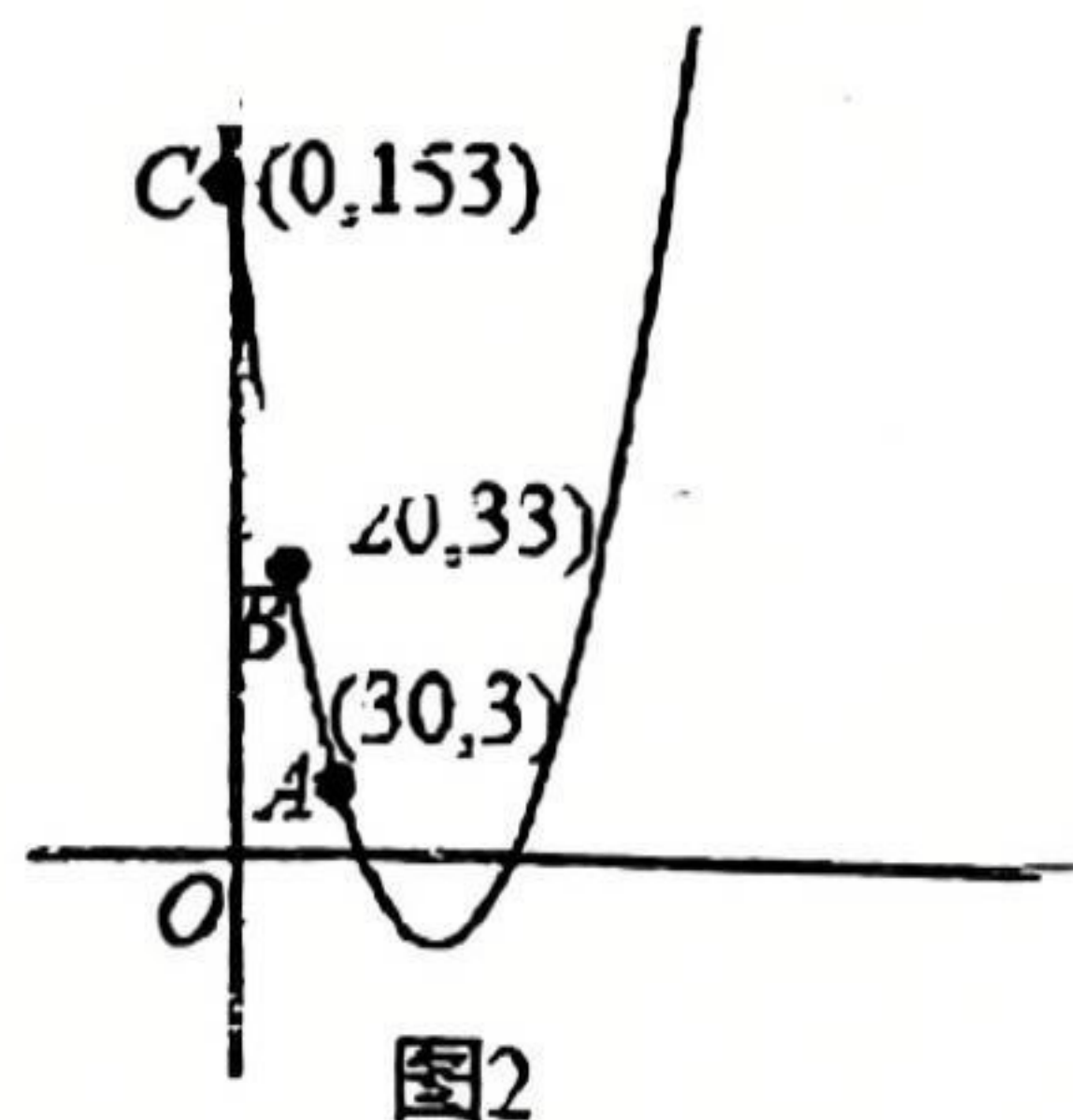
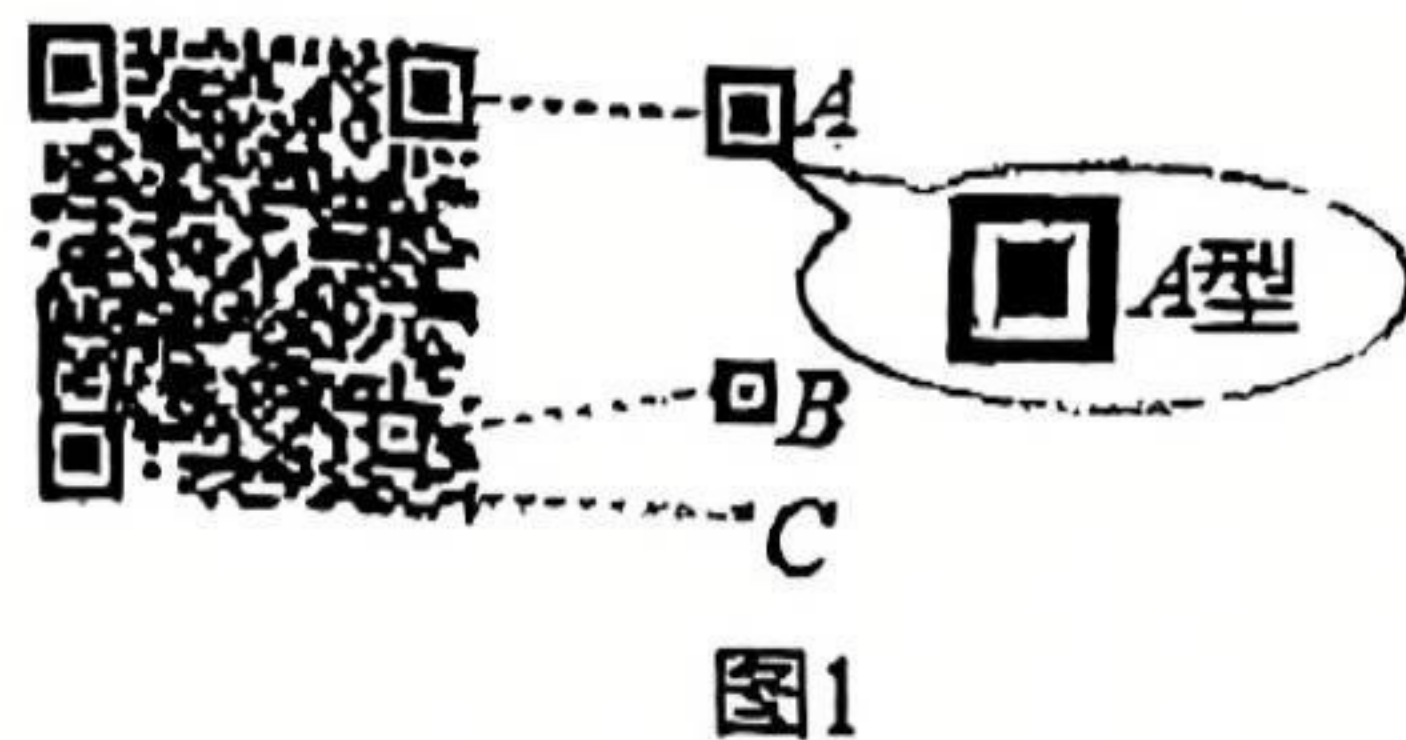
3. 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y = x^2 + 2$ 的图象大致是 ()



4. 二次函数 $y = 2x^2 - 3x + 1$ 与 x 轴的交点个数是 ()

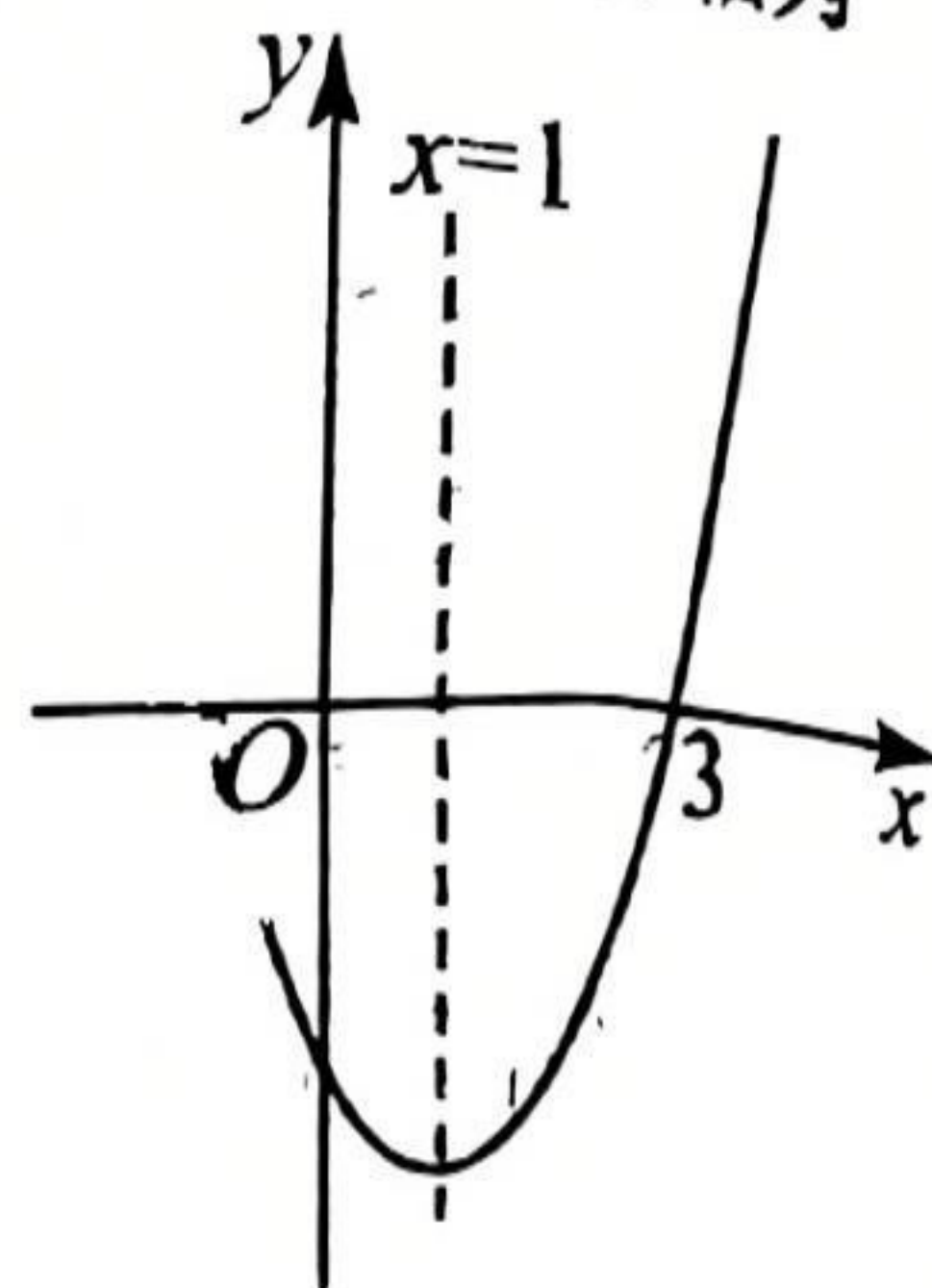
- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 无法确定

5. 二维码已经给我们的生活带来了很大方便, 它是由大小相同的黑白两色的小正方形 (如图 1 中 C) 按某种规律组成的一个大正方形, 现有 25×25 格式的正方形如图 1, 角上是三个 7×7 的 A 型大黑白相间正方形, 中间右下一个 5×5 的 B 型黑白相间正方形, 除这 4 个正方形外, 若其他的小正方形白色块数 y 与黑色块数 x 正好满足如图 2 所示的函数图象, 则该 25×25 格式的二维码共有多少块黑色的 C 型小正方形 ()



- A. 153 B. 218 C. 100 D. 216

6. 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 图像的一部分与 x 轴的一个交点坐标为 $(3, 0)$, 对称轴为直线 $x = 1$, 结合图像给出下列结论:



① $abc > 0$; ② $b = 2a$; ③ $3a + c = 0$; ④ 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c + k^2 = 0 (a \neq 0)$ 有两个不相等的实数根; ⑤ 若点 (m, y_1) , $(-m + 2, y_2)$ 均在该二次函数图像上, 则 $y_1 = y_2$. 其中正确结论的个数是

A. 4 B. 3 C. 2 D.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

7. 请你写出一个二次函数, 其图象满足条件开口向上_____.

8. 若 $x = a$ 是方程 $2x^2 - x - 6 = 0$ 的一个解, 则代数式 $2a^2 - a$ 的值为_____.

9. 已知二次函数 $y = x^2 + 2024x - 2025$, 当 $x = 1$ 时, 函数值 $y =$ _____.

10. 已知二次函数 $y = 3(x - 1)^2 + k$ 的图象上有三点 $A(3, y_1)$, $B(2, y_2)$, $C(-3, y_3)$, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为_____.

11. “程, 课程也, 二物者二程, 三物者三程, 皆如物数程之, 并列为行, 故谓之方程。”这是我国古代著名数学家刘徽对《九章算术》中方程一词给出的注释. 对于一些特殊的方程, 我们给出定义: 若两个方程有相同的整数解, 则称这两个方程为“相伴方程”, 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + c = 0$ 和一元一次方程 $2x - 6 = 0$ 为“相伴方程”, 则 c 的值为_____.

12. 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$, $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(2, 0)$, $B(6, 0)$, $C(4, 2)$. 平移 $\triangle ABC$ 得到 $\triangle A'B'C'$, 当 $\triangle A'B'C'$ 有两个顶点在抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 上时, CC' 的长为_____.

三、解答题 (本大题共 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分)

13. 解方程:

(1) $x^2 - 4x = 0$;

(2) $x^2 + 2x - 3 = 0$.

14. 中国人民抗日战争暨世界反法西斯战争胜利 80 周年, 全国各地积极开展“弘扬红色文化, 重走长征路”主题教育活动. 据了解, 某展览中心 1 月份的参观人数为 10 万人, 3 月份的参观人数增加到 14.4 万人.

(1) 求参观人数的月平均增长率.

(2) 按照这样的增长方式, 请你估算出 4 月份参观人数是多少?

15. 已知二次函数 $y = x^2 - ax + 2a - 5$.

(1) 若该二次函数的图象经过点 $(0, 3)$ 求 a 的值.

(2) 求证: 无论 a 为任何实数, 该二次函数的图象与 x 轴都有两个交点.

16. 某商场销售一种商品, 已知进价 40 元. 当这种商品定价为 60 元时, 每星期可售出 300 件. 现商场为了获取更大的利润, 采取涨价措施, 已知每涨 1 元, 销量减少 10 件. 设涨价为 x 元, 利润为 y 元.

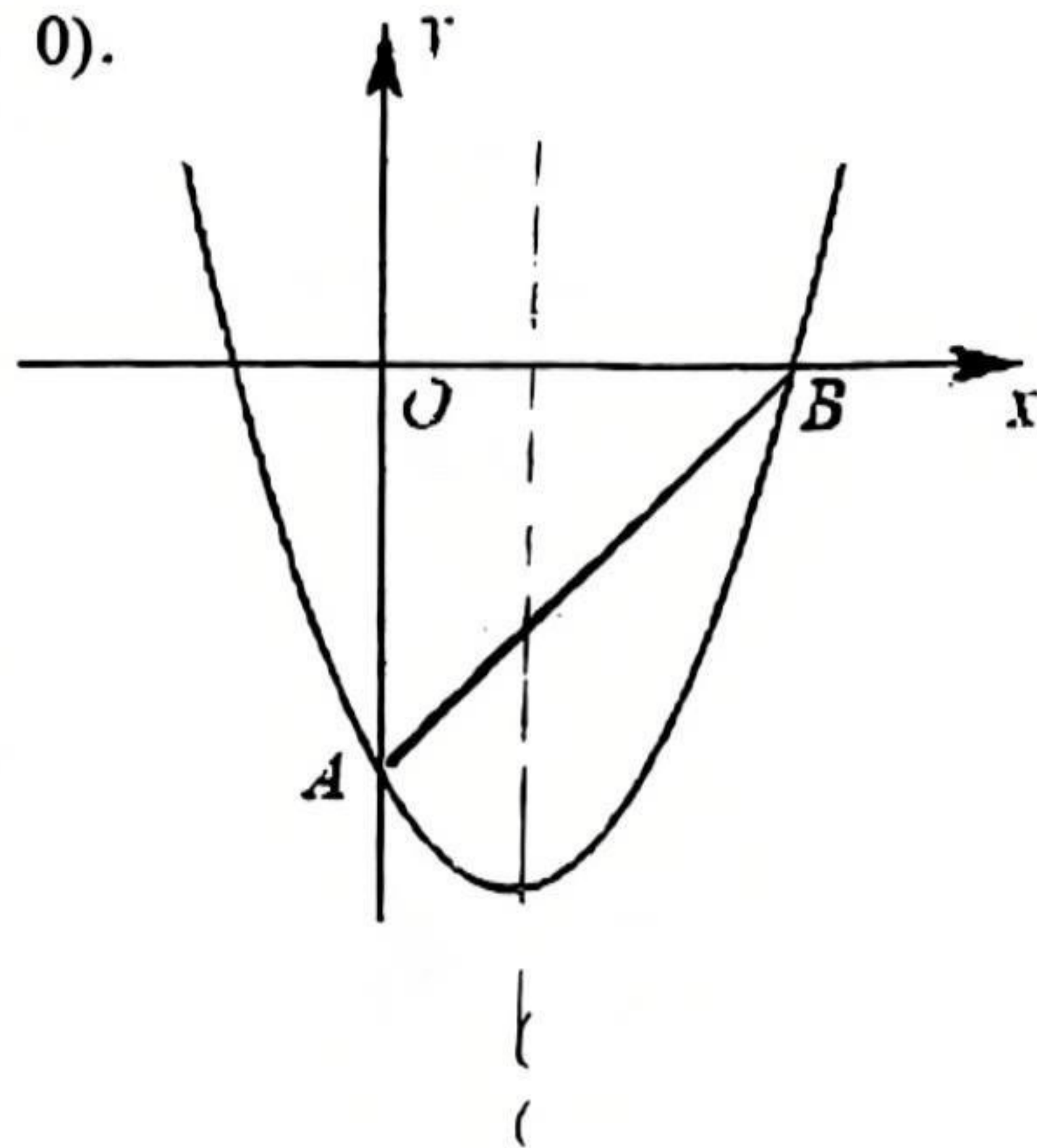
(1) 若使每星期利润为 6000 元, 该商品的售价应上涨多少元?

(2) 该商品要获得最大利润, 该商品的售价应上涨多少元?

17. 如图, 已知抛物线 $L: y = x^2 + bx + c$ 经过点 $A(0, -5)$, $B(5, 0)$.

(1) 求 b, c 的值;

(2) 连结 AB , 交抛物线 L 的对称轴于点 M . 求点 M 的坐标;

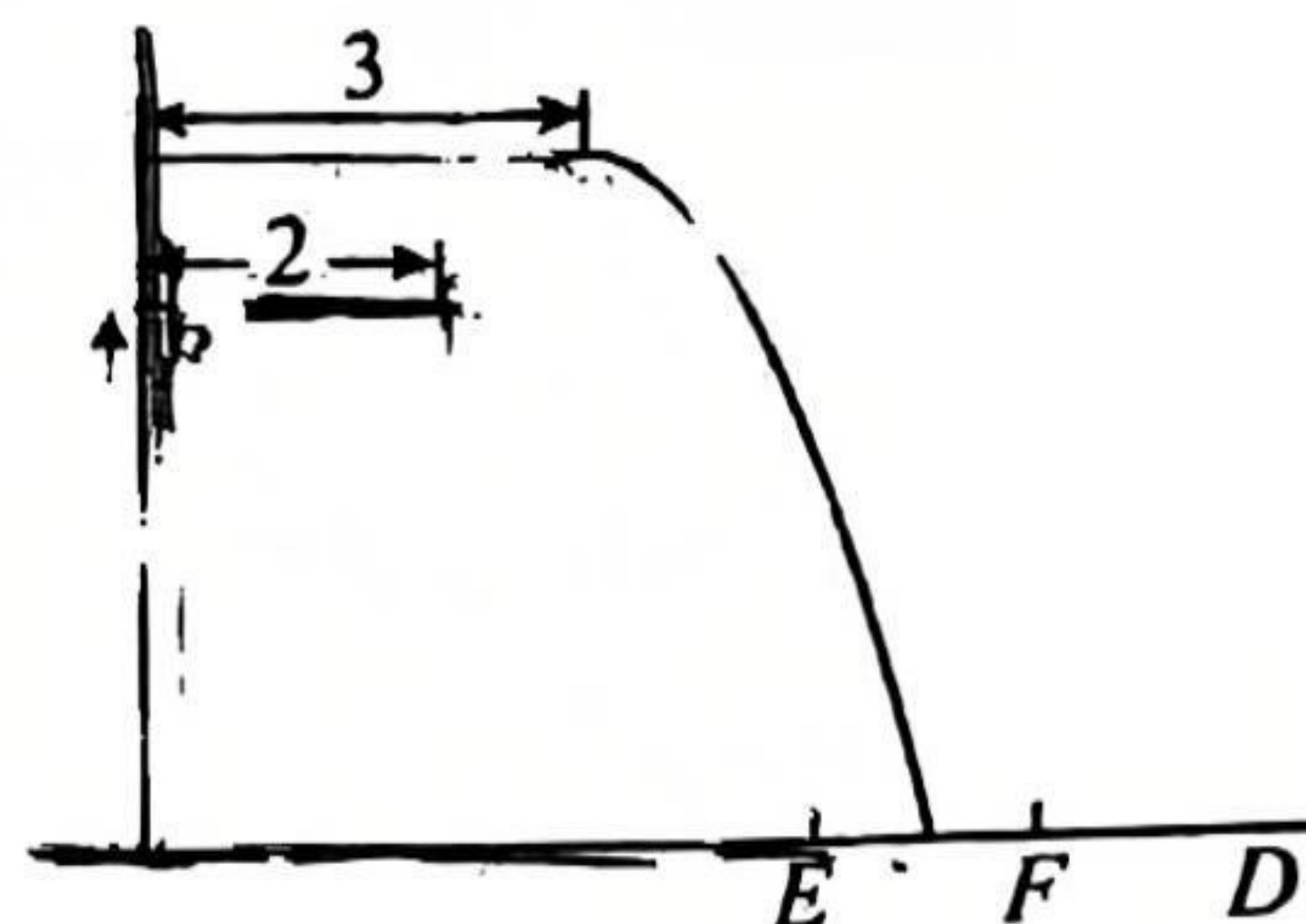


四、解答题（本大题共3小题，每小题8分，共24分）

18. 某跳水运动员在进行跳水训练时，身体（看成一点）在空中的运动路线是如图所示的一条抛物线。已知跳板 AB 长为2米，跳板距水面 CD 高 BC 为3米，训练时跳水曲线在离起跳点水平距离1米时达到距水面最大高度4米，现以 CD 为横轴， BC 为纵轴建立直角坐标系。

(1)求这条抛物线的解析式；

(2)求运动员落水点与点 C 的距离。



19. 阅读材料，解答问题：

已知实数 m, n 满足 $m^2 - m - 1 = 0$, $n^2 - n - 1 = 0$, 且 $m \neq n$, 则 m, n 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两个不相等的实数根，由根与系数的关系就可以知道： m 与 n 的和， m 与 n 的积。根据上述材料，解决以下问题：

(1)材料理解： $m + n =$ _____, $mn =$ _____.

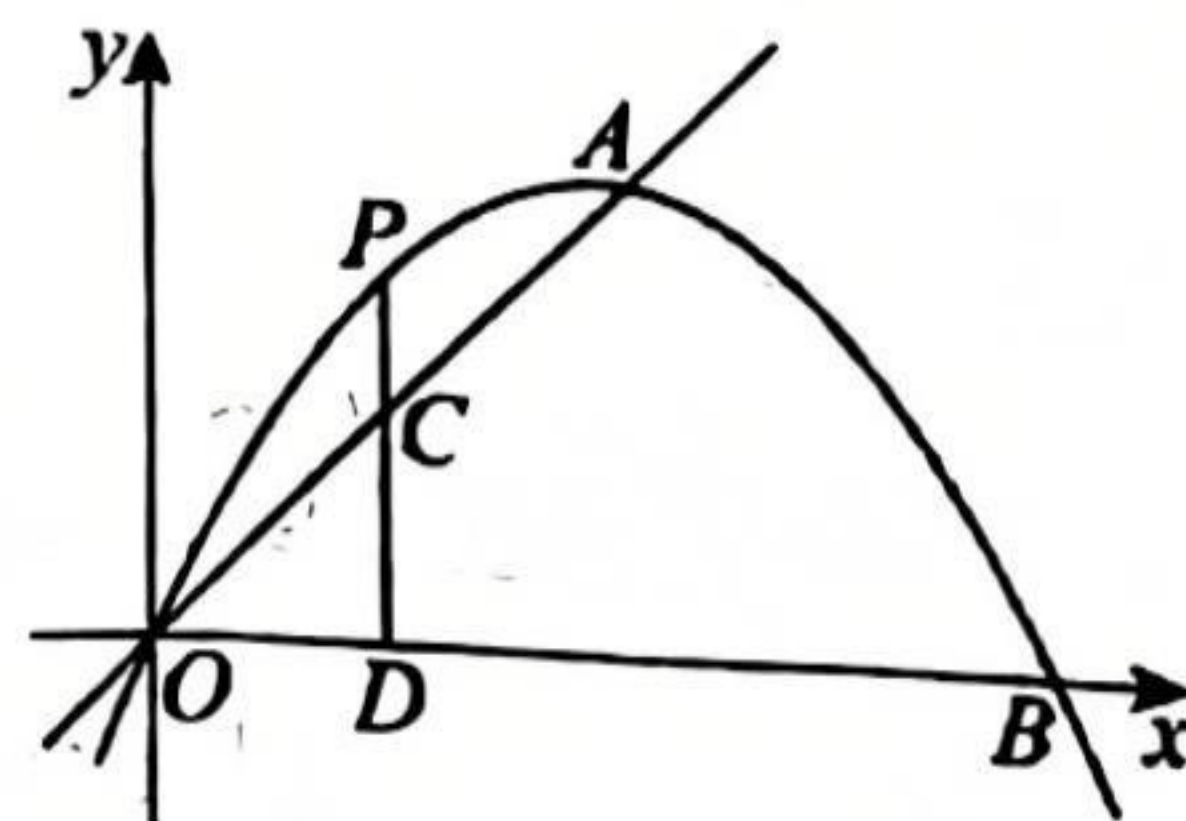
(2)类比应用：

已知实数 a, b 满足： $a^2 - 5a + 1 = 0$, $b^2 - 5b + 1 = 0$ 且 $a \neq b$, 求 $a^2 + b^2$ 的值。

20. 如图，在平面直角坐标系中，二次函数 $y = ax^2 + bx (a < 0)$ 与一次函数 $y = kx$ 的图象都经过点 $A(3,3)$ ，点 P 为二次函数图象上点 O 与点 A 之间的一点，过点 P 作 x 轴的垂线，交 OA 于点 C ，交 x 轴于点 D 。若点 A 为该二次函数的顶点，

(1)求二次函数的表达式；

(2)求线段 PC 长度的最大值。

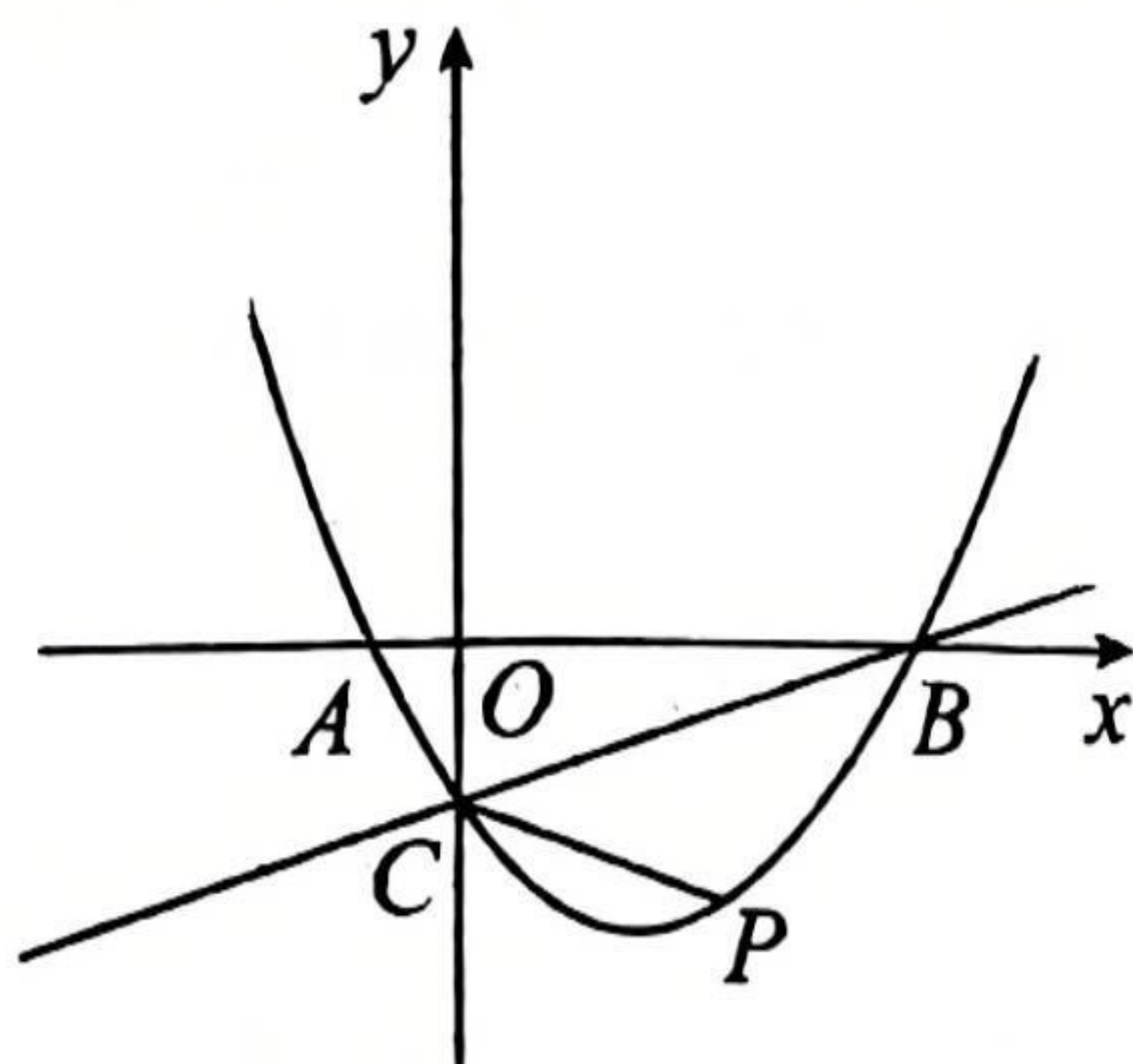


五、解答题（本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分）

21. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数图象的顶点坐标为 $(2, -3)$ ，该图象与 x 轴相交于点 A, B ，与 y 轴相交于点 C ，其中点 A 的横坐标为 -1 。

(1) 求该二次函数的表达式；

(2) 点 P 是直线 BC 下方，抛物线上的一个动点，当 $\triangle PBC$ 面积取得最大值时，求点 P 的坐标和 $\triangle PBC$ 面积的最大值。



22. 如今我国的大棚（如图 1）种植技术已十分成熟。小明家的菜地上有一个长为 16 米的蔬菜大棚，其横截面顶部为抛物线型，大棚的一端固定在离地面高 1 米的墙体 A 处，另一端固定在离地面高 2 米的墙体 B 处，现对其横截面建立如图 2 所示的平面直角坐标系。已知大棚上某处离地面的高度 y （米）与其离墙体 A 的水平距离 x （米）之间的关系满足 $y = -\frac{1}{6}x^2 + bx + c$ ，现测得 A, B 两墙体之间的水平距离为 6 米。

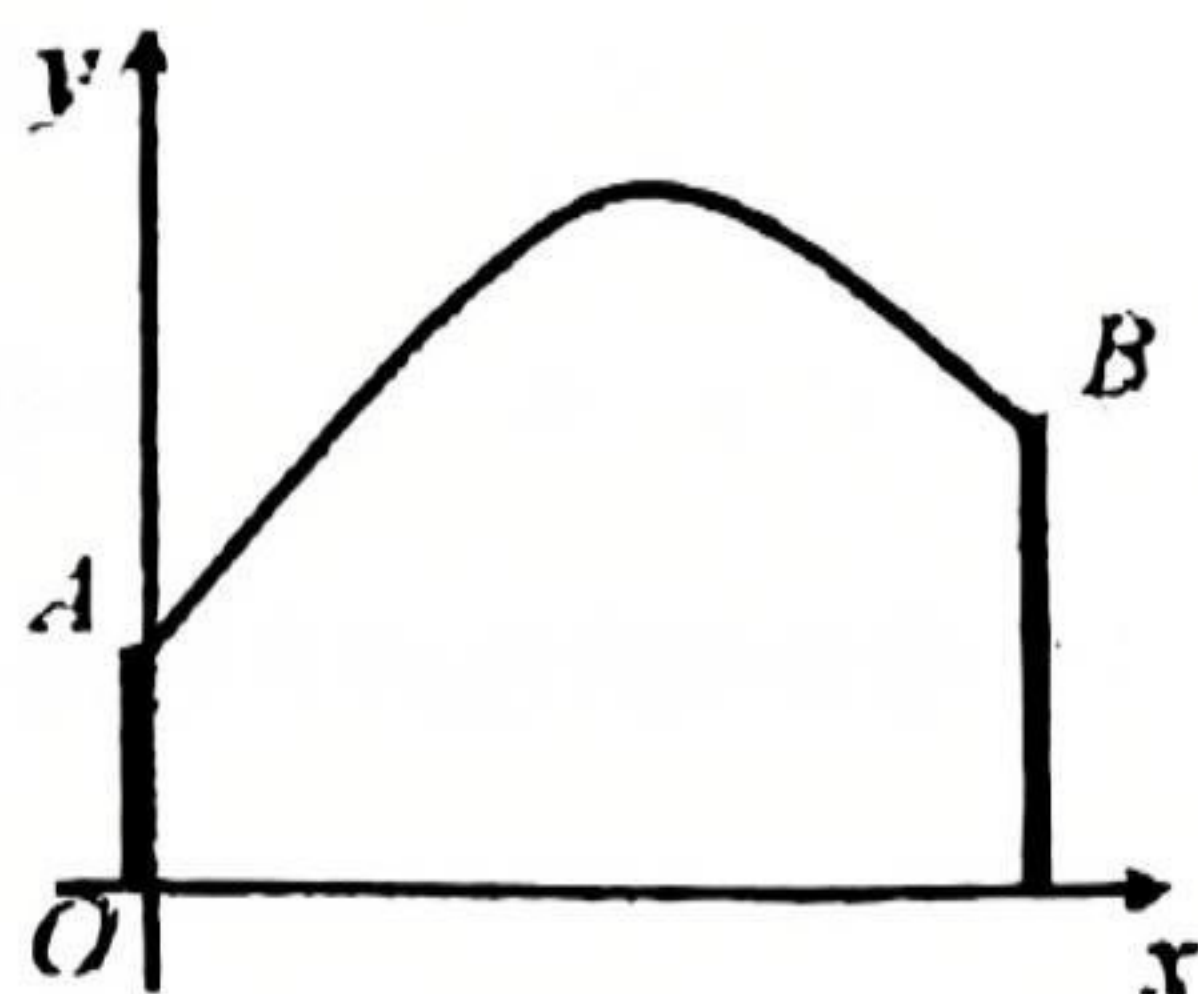


图 2

(1) 求出 b, c 的值；

(2) 求大棚的最高处到地面的距离；

(3) 小明的爸爸欲在大棚内种植黄瓜，需搭建高为 $\frac{37}{24}$ 米的竹竿支架若干，已知大棚内可以搭建支架的土地平均每平方米需要 4 根竹竿，则共需要准备多少根竹竿？

六、解答题（本大题共 12 分）

【定义与性质】

如图，记二次函数 $y = a(x - b)^2 + c$ 和 $y = -a(x - p)^2 + q$ ($a \neq 0$) 的图象分别为抛物线 C 和 C_1 .

定义：若抛物线 C_1 的顶点 $Q(p, q)$ 在抛物线 C 上，则称 C_1 是 C 的伴随抛物线.

性质：①一条抛物线有无数条伴随抛物线；

②若 C_1 是 C 的伴随抛物线，则 C 也是 C_1 的伴随抛物线，即 C 的顶点 $P(b, c)$ 在 C_1 上.

【理解与运用】

() 若二次函数 $y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + m$ 和 $y = -\frac{1}{2}(x - n)^2 + \frac{1}{2}$ 的图象都是抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的伴随抛物线，

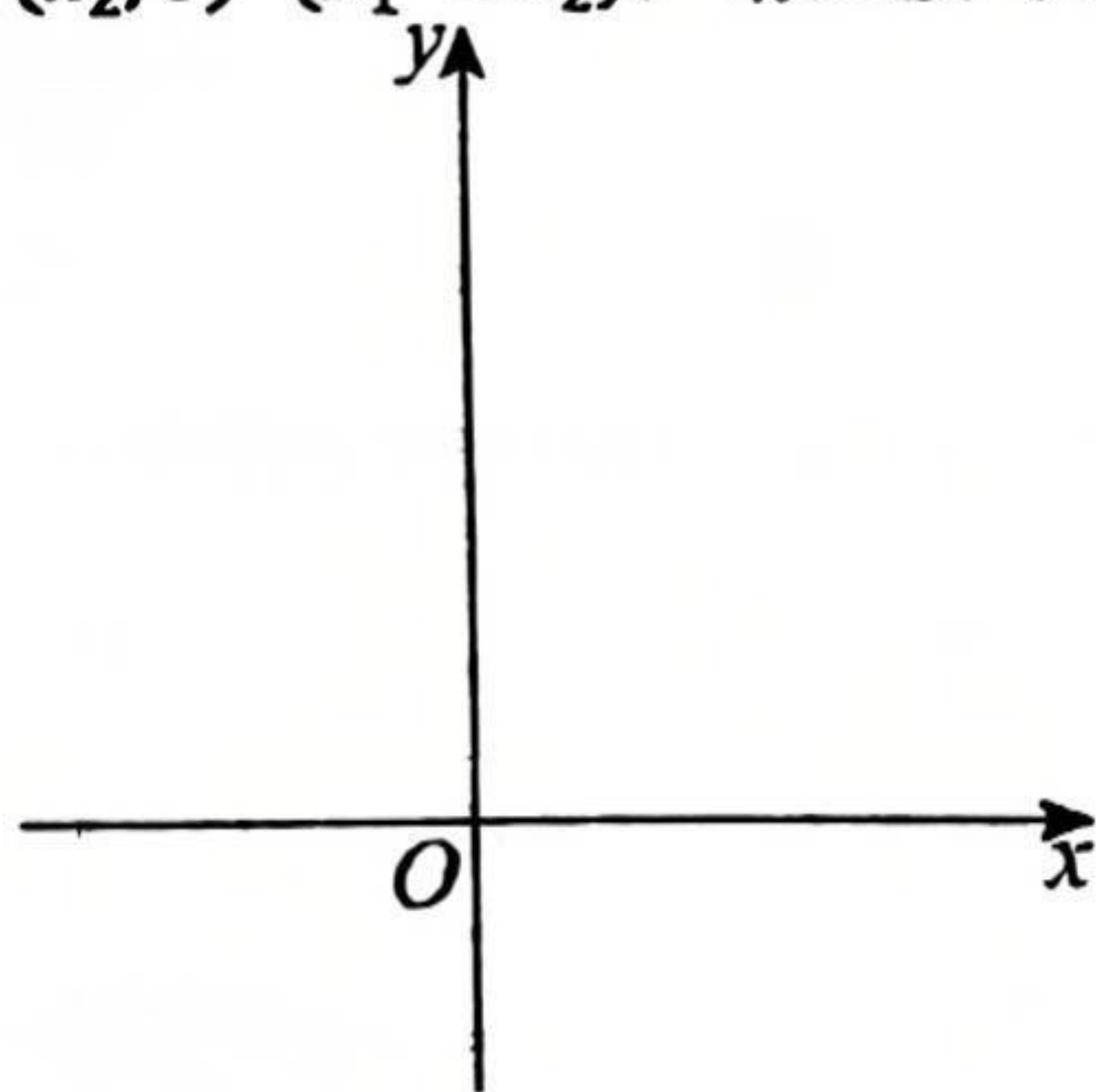
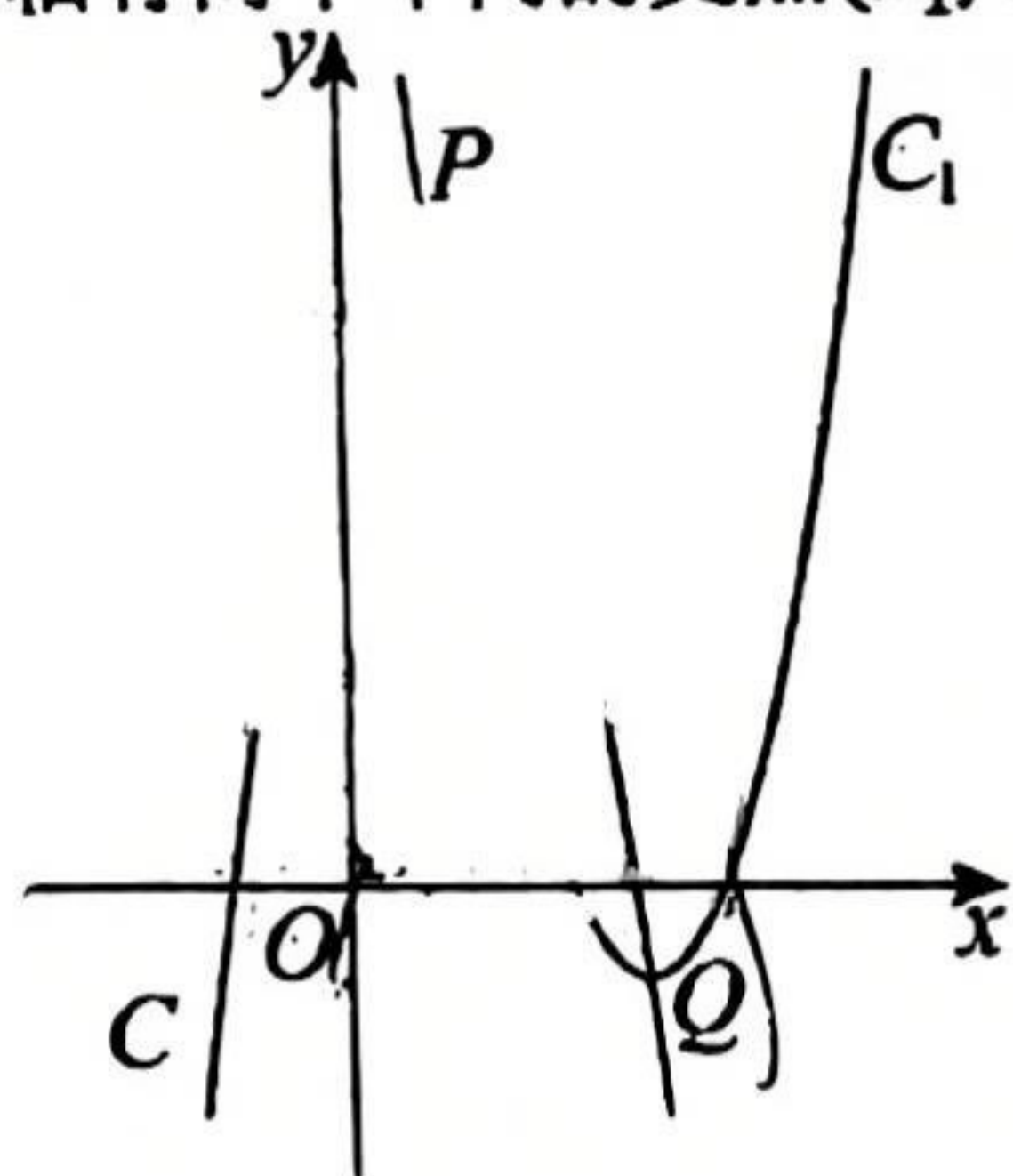
则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

【思考与探究】

(2) 设函数 $y = x^2 - 2kx + 4k + 5$ 的图象为抛物线 C_2 .

①若函数 $y = -x^2 + dx + e$ 的图象为抛物线 C_0 ，且 C_2 始终是 C_0 的伴随抛物线，求 d, e 的值；

②若抛物线 C_2 与 x 轴有两个不同的交点 $(x_1, 0)$ ， $(x_2, 0)$ ($x_1 < x_2$)，请直接写出 x_1 的取值范围.



备用图