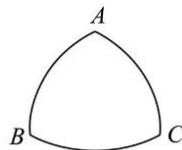


2026 届高一上学期第五次周考数学试卷

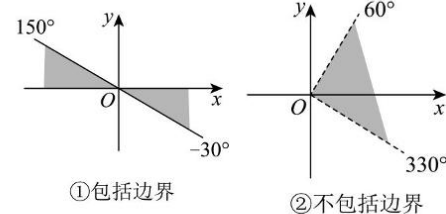
一、单项选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 已知集合 $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{x | x^2 - 3x + t = 0\}$. 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 A. $\{2, 3, 4\}$ B. $\{1, 2, 3, 4\}$ C. $\{-1, 2, 3, 4\}$ D. $\{2, 3, 4, 5\}$
2. 下列函数中，最小值为 2 的是 ()
 A. $y = x + \frac{2}{x}$ B. $y = e^x + e^{-x}$ C. $y = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 2}}$ D. $y = \sin x + \frac{1}{\sin x} \left(0 < x < \frac{\pi}{2} \right)$
3. 已知函数 $f(x) = \log_a(x+2) + 1$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的图像恒过点 P , 若点 P 是角 θ 终边上的一点, 则 $\sin \theta =$ ()
 A. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
4. 已知集合 $A = \{a | a = k \times 90^\circ - 36^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{\beta | -180^\circ < \beta < 180^\circ\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()
 A. $\{-36^\circ, 54^\circ\}$ B. $\{-126^\circ, 144^\circ\}$
 C. $\{-126^\circ, -36^\circ, 54^\circ, 144^\circ\}$ D. $\{-126^\circ, 54^\circ\}$
5. “ $\alpha = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ”是“ $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 已知 $f(x) = \begin{cases} -\cos \pi x & (x > 0) \\ f(x+1) + 1 & (x < 0) \end{cases}$, 则 $f(\frac{4}{3}) + f(-\frac{4}{3})$ 的值等于 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. -2
7. 已知扇形的圆心角弧度为 2, 所对弦长为 6, 则该扇形的面积为 ()
 A. $\frac{3}{\sin 2}$ B. $\frac{9}{\sin^2 2}$ C. $\frac{3}{\sin 1}$ D. $\frac{9}{\sin^2 1}$
8. 数学中处处存在着美, 莱洛三角形就给人以对称的美感. 莱洛三角形的画法如下: 先画等边三角形 ABC , 再分别以点 A, B, C 为圆心, 线段 AB 长为半径画圆弧, 便得到莱洛三角形 (如图所示). 若莱洛三角形的周长为 $\frac{\pi}{2}$, 则其面积是 ()
 A. $\frac{\pi - \sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\pi + \sqrt{3}}{8}$ C. $\frac{\pi - \sqrt{3}}{8}$ D. $\frac{\pi + \sqrt{3}}{4}$



二、多项选择题（共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项是符合题目要求的。）

9. 若 $\sin x \cos x > 0$, $\sin x + \cos x > 0$, 则 $\frac{x}{2}$ 可以是 ()
 A. 第一象限角 B. 第二象限角 C. 第三象限角 D. 第四象限角
10. 若扇形周长为 36, 当这个扇形面积最大时, 下列结论正确的是 ()
 A. 扇形的圆心角为 2rad
 B. 扇形的弧长为 18
 C. 扇形的半径为 9
 D. 扇形圆心角所对弦长为 $9\sin 1$
11. 已知 $f(x) (x \in \mathbb{R})$ 为偶函数, 且 $f\left(x - \frac{3}{2}\right) = f\left(x + \frac{1}{2}\right)$ 恒成立. 当 $x \in [2, 3]$ 时 $f(x) = x$. 则下列四个命题中, 正确的是 ()
 A. $f(x)$ 的周期是 $2k (k \neq 0, k \in \mathbb{Z})$ B. $f(x)$ 的图象关于点 $(1, 0)$ 对称
 C. 当 $x \in [-3, -2]$ 时, $f(x) = -x$ D. 当 $x \in [-2, 0]$ 时, $f(x) = 3 - |x + 1|$
12. 已知函数 $y = f(x+1)$ 图象关于 y 轴对称, 且 $\forall x_1, x_2 \in [1, +\infty)$, $x_1 \neq x_2$ 都有 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$. 若不等式 $f(5 + a \cdot 2^{-x}) < f(2^x - 2^{-x} + 1)$, 对 $\forall x \in (\log_2 3, +\infty)$ 恒成立, 则 a 的取值可以为 ()
 A. -25 B. -20
 C. -4 D. -3
- 三、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。）
13. 请写出与 -750° 终边相同的最小正角: _____.
14. 已知角 α , β 的终边关于原点 O 对称, 则 $\cos(\alpha - \beta) =$ _____.
15. 函数 $y = \lg(2\sin x - 1) + \sqrt{-x^2 + x + 2}$ 的定义域为 _____.
16. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = \begin{cases} 2^{x-1} - 1, & 0 < x \leq 2 \\ \frac{1}{2}f(x-2), & x > 2 \end{cases}$, 若关于 x 的方程 $[f(x)]^2 - (a+1)f(x) + a = 0 (a \in \mathbb{R})$ 恰有 4 个不相等的实数根, 则这 4 个实数根之和为 _____.
- 四、解答题：本题共 6 小题，70 分，其中第 17 题 10 分，其余均 12 分。
17. (10 分) (1) 如图，阴影部分表示角 α 的终边所在的位置，试写出角 α 的集合（用角度制表示）.
 (2) 已知角 $\alpha = -1725^\circ$, 将 α 改写成 $\beta + 2k\pi (k \in \mathbb{Z}, 0 \leq \beta < 2\pi)$ 的形式，并指出 α 是第几象限角.



18. (12分) 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 4 \leq 0\}$, $B = \{x | 2 - m \leq x \leq 2 + m\}$.

(1) 若 $A \cap B = B$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 设 $p: x \in A$, $q: x \in B$, 若 q 是 p 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

19. (12分) 为了普及垃圾分类知识, 某校举行了垃圾分类知识考试, 试卷中只有两道题目, 已知甲同学答对每题的概率都为 p , 乙同学答对每题的概率都为 q ($p > q$), 且在考试中每人各题答题结果互不影响. 已知每题甲、乙两人同时答对的概率为 $\frac{1}{2}$, 恰有一人答对的概率为 $\frac{5}{12}$.

(1) 求 p 和 q 的值;

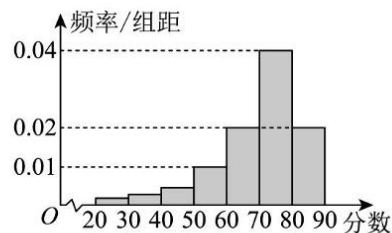
(2) 求甲、乙两人共答对 3 道题的概率.

20. (12分) 某中学 400 名学生参加全市高中数学竞赛, 根据男女学生人数比例, 使用分层抽样的方法从中随机抽取了 100 名学生, 记录他们的分数, 将数据分成 7 组: $[20, 30)$, $[30, 40)$, ..., $[80, 90]$, 并整理得到如下频率分布直方图:

(1) 由频率直方图求样本中分数的 75% 分位数;

(2) 已知样本中分数在 $[40, 50)$ 的学生有 5 人, 试估计总体中分数小于 40 的人数;

(3) 已知样本中男生与女生的比例是 3:1, 男生样本的均值为 70, 方差为 10, 女生样本的均值为 80, 方差为 12, 请计算出总体的方差.



21. (12分) 某企业生产一种产品, 根据经验, 其次品率 Q 与日产量 x (万件) 之间满足关系,

$$Q = \begin{cases} \frac{1}{2(12-x)}, & 1 \leq x \leq 9 \\ \frac{1}{2}, & 9 < x \leq 11 \end{cases}, \text{ 已知每生产 1 万件合格的产品盈利 2 万元, 但每生产 1 万件次品将亏损 1}$$

万元 (注: 次品率 = 次品数 / 生产量, 如 $Q = 0.1$ 表示每生产 10 件产品, 有 1 件次品, 其余为合格品).

(1) 试将生产这种产品每天的盈利额 $P(x)$ (万元) 表示为日产量 x (万件) 的函数;

(2) 当日产量为多少时, 可获得最大利润?

22. (12分) 已知函数 $f(x) = \log_3(9^x + 1) + mx$ 是偶函数, $g(x) = 3^x - n \cdot 3^{-x}$ 是奇函数.

(1) 求实数 m, n 的值;

(2) 若关于 x 的不等式 $g(ag(x)) < g(a + 3^{2f(x)})$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围.

2026 届高一上学期第五次周考数学参考答案

一、选择题：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	D	C	A	C	D	C

二、多选题

题号	9	10	11	12
答案	AC	ABC	ACD	BC

12. 【详解】因为函数 $y = f(x+1)$ 图象关于 y 轴对称，

所以 $y = f(x)$ 的图象关于 $x=1$ 对称，又 $\forall x_1, x_2 \in [1, +\infty)$ ， $x_1 \neq x_2$ 都有 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$ ，

所以函数 $y = f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增，

因为不等式 $f(5 + a \cdot 2^{-x}) < f(2^x - 2^{-x} + 1)$ ，对 $\forall x \in (\log_2 3, +\infty)$ 恒成立，

所以 $|5 + a \cdot 2^{-x} - 1| < |2^x - 2^{-x} + 1 - 1|$ ，对 $\forall x \in (\log_2 3, +\infty)$ 恒成立，

令 $t = 2^x$ ，则 $t \in (3, +\infty)$ ，则 $\left|4 + \frac{a}{t}\right| < \left|t - \frac{1}{t}\right|$ ，

所以 $-t^2 - 4t + 1 < a < t^2 - 4t - 1$ ，对 $t \in (3, +\infty)$ 恒成立，

因为 $t \in (3, +\infty)$ ， $-t^2 - 4t + 1 = -(t+2)^2 + 5 < -20$ ， $t^2 - 4t - 1 = (t-2)^2 - 5 > -4$ ，

故 $-20 \leq a \leq -4$ ，所以 BC 正确，AD 错误. 故选：BC.

三、填空题：

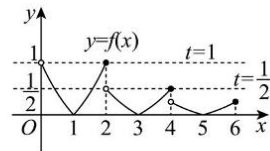
13. 330° 14. -1 15. $\left(\frac{\pi}{6}, 2\right]$ 16. -4 或 8

16. 因为 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，当 $x=0$ 时， $f(0)=0$ ，此时不满足题意；

若 $2 < x \leq 4$ ，则 $0 < x-2 \leq 2$ ，即 $f(x) = \frac{1}{2}f(x-2) = \frac{1}{2}(2^{x-3} - 1)$ ，

若 $4 < x \leq 6$ ，则 $2 < x-2 \leq 4$ ，即 $f(x) = \frac{1}{2}f(x-2) = \frac{1}{2}(2^{x-5} - 1)$ ，

作出当 $x \geq 0$ 时 $f(x)$ 的图象，如图所示：



设 $f(x) = t$ ，则关于 $[f(x)]^2 - (a+1)f(x) + a = 0$ ($a \in \mathbf{R}$) 的方程等价于 $t^2 - (a+1)t + a = 0$ ，解得 $t = a$ 或 $t = 1$ ，

当 $t = 1$ 时，即 $f(x) = 1$ 对应一个交点为 $x_1 = 2$ ，方程恰有 4 个不同的根，可分为两种情况：

当 $t = a = \frac{1}{2}$ 时，即 $f(x) = \frac{1}{2}$ 对应 3 个交点，不妨设其横坐标分别为 x_2, x_3, x_4 ，

则 $x_2 + x_3 = 2$ ， $x_4 = 4$ ，此时 4 个实数根的和为 8，

当 $t = a = -\frac{1}{2}$ 时，即 $f(x) = -\frac{1}{2}$ 对应 3 个交点，由奇函数的对称性可得 $x_2 + x_3 = -2$ ， $x_4 = -4$ ，

此时 4 个实数根的和为 -4 ，故答案为： -4 或 8 。

四、解答题：

17. (1) ① $\{\alpha | -30^\circ + k \cdot 360^\circ \leq \alpha \leq k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\} \cup \{\alpha | 150^\circ + k \cdot 360^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
 $= \{\alpha | -30^\circ + k \cdot 180^\circ \leq \alpha \leq k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ ； 3 分

② $\{\alpha | -30^\circ + k \cdot 360^\circ < \alpha < 60^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ 。 6 分

(2) $\because -1725^\circ = -5 \times 360^\circ + 75^\circ$ ， $\therefore -1725^\circ = -10\pi + \frac{5\pi}{12}$ 。

又 $0 < \frac{5\pi}{12} < \frac{\pi}{2}$ ，所以 α 与 $\frac{5\pi}{12}$ 终边相同，是第一象限角。 10 分

18. (1) 由 $A = \{x | x^2 - 5x + 4 \leq 0\}$ ，可得 $A = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$ ，

由 $A \cap B = B$ 可得 $B \subseteq A$ ，

当 $B = \emptyset$ ，则 $2 - m > 2 + m$ ，可得 $m < 0$ ，

当 $B \neq \emptyset$ ，则 $\begin{cases} 2 - m \leq 2 + m \\ 2 - m \geq 1 \\ 2 + m \leq 4 \end{cases}$ ，可得 $0 \leq m \leq 1$ ，

综上所述， m 的取值范围为 $\{m | m \leq 1\}$ 。 6 分

(2) 若 $p: x \in A, q: x \in B$ ， q 是 p 的必要不充分条件， A 真包含于 B ，

则 $\begin{cases} 2 - m \leq 1 \\ 2 + m \geq 4 \\ 2 - m \leq 2 + m \end{cases}$ (不能同时取等号)，解得 $m \geq 2$ ，故 m 的取值范围为 $\{m | m \geq 2\}$ 。 12 分

19. (1) 设 A ：甲同学答对第一题， B ：乙同学答对第一题，则 $P(A) = p$ ， $P(B) = q$ 。

设 C ：甲、乙两人均答对第一题， D ：甲、乙两人恰有一人答对第一题，

则 $C = A \cap B$ ， $D = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$ 。

$\because$ 甲、乙两人答题互不影响，且每人各题答题结果互不影响，

∴ A 与 B 相互独立, $A \cap \bar{B}$ 与 $\bar{A} \cap B$ 互斥,

$$\therefore P(C) = P(A \cap B) = P(A)P(B) = pq, P(D) = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A)(1 - P(B)) + (1 - P(A))P(B).$$

$$\text{由题意得} \begin{cases} pq = \frac{1}{2}, \\ p(1-q) + q(1-p) = \frac{5}{12}, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} p = \frac{3}{4}, \\ q = \frac{2}{3}, \end{cases} \text{或} \begin{cases} p = \frac{2}{3}, \\ q = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

$$\therefore p > q, \therefore p = \frac{3}{4}, q = \frac{2}{3}. \quad 6 \text{ 分}$$

(2) 设 A_i : 甲同学答对了 i 道题, B_i : 乙同学答对了 i 道题, $i = 0, 1, 2$.

$$\text{由题意得} P(A_1) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8}, P(A_2) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}, P(B_1) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}, P(B_2) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}.$$

设 E : 甲、乙两人共答对 3 道题, 则 $E = (A_1 \cap B_2) \cup (A_2 \cap B_1)$,

$$\therefore P(E) = P(A_1 \cap B_2) + P(A_2 \cap B_1) = \frac{3}{8} \times \frac{4}{9} + \frac{9}{16} \times \frac{4}{9} = \frac{5}{12},$$

$$\therefore \text{甲、乙两人共答对 3 道题的概率为} \frac{5}{12}. \quad 12 \text{ 分}$$

20. (1) 由频率分布直方图可得分数 75% 分位数位于 $[70, 80]$ 并设为 x ,

则有 $0.04 \times (x - 70) = 0.35$, 解得 $x = 78.75$.

故频率分布直方图可得分数 75% 分位数为: 78.75. 3 分

(2) 由频率分布直方图知, 分数在 $[50, 90]$ 的频率为 $(0.01 + 0.02 \times 2 + 0.04) \times 10 = 0.9$,

在样本中分数在 $[50, 90]$ 的人数为 $100 \times 0.9 = 90$ 人,

在样本中分数在 $[40, 90]$ 的人数为 95 人, 所以估计总体中分数在 $[40, 90]$ 的人数为 $400 \times 0.95 = 380$ 人,

所以总体中分数小于 40 的人数为 20. 6 分

$$(3) \text{总样本的均值为} \frac{3}{4} \times 70 + \frac{1}{4} \times 80 = 72.5, \quad 8 \text{ 分}$$

$$\text{所以总样本的方差为} s^2 = \frac{3}{4} [10 + (72.5 - 70)^2] + \frac{1}{4} [12 + (72.5 - 80)^2] = \frac{117}{4}.$$

$$\text{故总样本的方差为} \frac{117}{4}. \quad 12 \text{ 分}$$

$$21. (1) \text{当} 1 \leq x \leq 9 \text{ 时}, Q = \frac{1}{2(12-x)},$$

$$\therefore P(x) = 2(1-Q)x - Qx = 2x \left[1 - \frac{1}{2(12-x)} \right] - \frac{x}{2(12-x)} = \frac{45x - 4x^2}{2(12-x)}.$$

$$\text{当} 9 < x \leq 11 \text{ 时}, Q = \frac{1}{2}, \therefore P(x) = 2(1-Q)x - Qx = 2 \left(1 - \frac{1}{2} \right) x - \frac{1}{2} x = \frac{1}{2} x.$$

综上, 日盈利额 $P(x)$ (万元) 与日产量 x (万件) 的函数关系式为

$$P(x) = \begin{cases} \frac{45x - 4x^2}{2(12-x)}, & 1 \leq x \leq 9 \\ \frac{x}{2}, & 9 < x \leq 11 \end{cases} \quad 4 \text{ 分}$$

$$(2) \text{当} 9 < x \leq 11 \text{ 时}, P(x) = \frac{x}{2}, \text{其最大值为} 5.5 \text{ 万元}. \quad 6 \text{ 分}$$

$$\text{当} 1 \leq x \leq 9 \text{ 时}, P(x) = \frac{45x - 4x^2}{2(12-x)}, \text{设} t = 12 - x, \text{则} x = 12 - t, 3 \leq t \leq 11.$$

$$\text{此时} y = \frac{45(12-t) - 4(12-t)^2}{2t} = \frac{-4t^2 + 51t - 36}{2t} = \frac{51}{2} - 2 \left(t + \frac{9}{t} \right)$$

$$\leq \frac{51}{2} - 2 \times 2 \sqrt{t \times \frac{9}{t}} = \frac{51}{2} - 12 = \frac{27}{2}.$$

当且仅当 $t = \frac{9}{t}$, 即 $t = 3, x = 9$ 时, 等号成立.

此时 $P(x)$ 有最大值, 为 13.5 万元. 12 分

22. (1) 由题知函数 $f(x), g(x)$ 定义域均为 $\mathbf{R}$,

$\therefore f(x)$ 是偶函数, $\therefore f(1) = f(-1)$.

$$\text{即} \log_3 10 + m = \log_3 \frac{10}{9} - m, \text{即} m = -1.$$

$$\text{此时} f(x) = \log_3 (9^x + 1) - x,$$

$$\text{而此时} f(x) = \log_3 (9^x + 1) - x = \log_3 (9^x + 1) - \log_3 3^x = \log_3 (3^x + 3^{-x}),$$

$$\text{所以} f(-x) = \log_3 (3^{-x} + 3^x) = f(x), \text{且定义域关于原点对称, 满足题意,}$$

$$\therefore g(x) \text{ 是奇函数}, \therefore g(0) = 3^0 - n \cdot 3^0 = 0, n = 1.$$

$$\text{此时} g(x) = 3^x - 3^{-x},$$

$$\text{所以} g(-x) = 3^{-x} - 3^x = -(3^x - 3^{-x}) = -g(x), \text{且定义域关于原点对称, 满足题意.} \quad 4 \text{ 分}$$

$$(2) g(x) = 3^x - 3^{-x} \text{ 在 } \mathbf{R} \text{ 上单调递增, 故有 } ag(x) < a + 3^{2f(x)} \text{ 对 } x \in (0, +\infty) \text{ 恒成立,}$$

$$\text{又} f(x) = \log_3 (9^x + 1) - x = \log_3 (9^x + 1) - \log_3 3^x = \log_3 (3^x + 3^{-x}),$$

$$\therefore a(3^x - 3^{-x}) < a + 3^{2\log_3 (3^x + 3^{-x})} = a + (3^x + 3^{-x})^2 \text{ 对 } x \in (0, +\infty) \text{ 恒成立.}$$

$$\text{令} t = 3^x - 3^{-x}, \text{由} x \in (0, +\infty) \text{ 知} t \in (0, +\infty).$$

$$\text{则有} at < a + t^2 + 4 \text{ 对 } t \in (0, +\infty) \text{ 恒成立.}$$

$$\text{即} t^2 - at + a + 4 > 0 \text{ 对 } t \in (0, +\infty) \text{ 恒成立.}$$

$$\text{令} h(t) = t^2 - at + a + 4 (t > 0). \text{只需} h(t)_{\min} > 0 \text{ 即可.}$$

$$\text{又} h(t) \text{ 对称轴为} t = \frac{a}{2},$$

$$\text{当} \frac{a}{2} \leq 0 \text{ 即} a \leq 0 \text{ 时}, h(t) \text{ 在 } (0, +\infty) \text{ 上单调递增, 只需} h(0) = a + 4 \geq 0 \text{ 即可.}$$

$$\therefore -4 \leq a \leq 0.$$

$$\text{当} \frac{a}{2} > 0 \text{ 即} a > 0 \text{ 时}, h(t) \text{ 在 } \left(0, \frac{a}{2} \right] \text{ 上单调递减, 在 } \left(\frac{a}{2}, +\infty \right) \text{ 上单调递增.}$$

$$\therefore h(t)_{\min} = h\left(\frac{a}{2}\right) = -\frac{a^2}{4} + a + 4 > 0. \text{解得} 2 - 2\sqrt{5} < a < 2 + 2\sqrt{5}.$$

$$\therefore 0 < a < 2 + 2\sqrt{5}. \text{综上所述, } a \text{ 的取值范围为} [-4, 2 + 2\sqrt{5}]. \quad 12 \text{ 分}$$