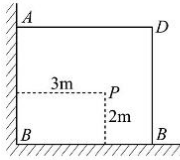


宜春中学 2026 届高一上学期数学周考（四）

一、单项选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1. 已知集合 $M = \{-3, -2, 0, 1, 2, 3, 7\}$, $N = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 A. $\{0, 1, 7\}$ B. $\{1, 7\}$ C. $\{-2, 0, 7\}$ D. $\{-2, 1, 7\}$
2. 下列与函数 $y = \sqrt{x}$ 是同一个函数的是 ()
 A. $y = \sqrt[2]{x}$ B. $y = (\sqrt{x})^2$ C. $y = |x|$ D. $y = \sqrt[3]{x^3}$
3. 若集合 $M = \{1, 2\}$, $N = \{2, 9\}$, 则“ $x \in M$ ”是“ $x \in N$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 已知 $a > 0$, $b > 0$, 则下列不等式成立的是 ()
 A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $-\frac{1}{a} < -\frac{1}{b}$
 C. $-\frac{1}{a} > -\frac{1}{b}$ D. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
5. 若不等式 $x^2 - 2x - 3 > 0$ 的解集为 $\{x \mid -3 < x < 2\}$, 则函数 $y = x^2 + 2x - 3$ 的图象与 x 轴的交点为 ()
 A. $(3, 0)$ 和 $(-2, 0)$ B. $(-2, 0)$
 C. $(3, 0)$ D. -2 和 3
6. 设 a, b 为正实数, 且 $a + b = 10$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{9}{b}$ 的最小值为 ()
 A. $\frac{6}{5}$ B. $\frac{13}{10}$ C. $\frac{8}{5}$ D. $\frac{9}{5}$
7. 如图, 在一直角墙角内的点 P 处有一棵树, 它与两墙的距离分别是 3 米和 2 米. 现欲用 10 米长的篱笆, 借助墙角围成一个矩形的花园, 要求这棵树被围在花圃内或边界上. 设 $AB = x$ 米, 则矩形花园的面积 S (单位: 平方米) 为 ()

 A. $S = -x^2 + 5x$ ($0 \leq x \leq 10$) B. $S = -x^2 + 10x$ ($0 \leq x \leq 10$)
 C. $S = -x^2 + 5x$ ($3 \leq x \leq 8$) D. $S = -x^2 + 10x$ ($3 \leq x \leq 8$)
8. 已知函数 $f(x) = x^2 + 2x$ 是偶函数, 当 $x_1, x_2 \in [2, +\infty)$ 时, $[f(x_1) - f(x_2)](x_1 - x_2) < 0$ 恒成立, 设 $a = f(1)$, $b = f(2)$, $c = f(3)$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
 A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $a < c < b$

二、多项选择题（共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项是符合题目要求的．）

9. 下列说法错误的是 ()
 A. 在直角坐标平面内, 第一、三象限的点的集合为 $\{(x, y) \mid xy > 0\}$
 B. 方程 $\sqrt{-2+x} + |x+2| = 0$ 的解集为 $\{-2, 2\}$
 C. 集合 $\{x \mid x = 2\}$ 与 $\{(x, y) \mid y = 2\}$ 是同一个集合
 D. 若 $M = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\}$, 则 $-1.1 \in M$
10. 已知幂函数 $f(x) = (x-2)^{2-2a}$, 则 ()
 A. $a = 1$
 B. $f(x)$ 的定义域为 $\mathbb{R}$
 C. $f(-x) = -f(x)$
 D. 将函数 $f(x)$ 的图像向左平移 1 个单位长度得到函数 $g(x) = (x-1)^3$ 的图像
11. 若函数 $f(x)$ 同时满足: ①对于定义域上的任意 x , 恒有 $f(x) + f(-x) = 0$; ②对于定义域上的任意 x_1, x_2 , 当 $x_1 \neq x_2$ 时, 恒有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$, 则称函数 $f(x)$ 为“理想函数”. 下列四个函数中, 能被称为“理想函数”的有 ()
 A. $f(x) = \frac{2x-1}{2x+1}$ B. $f(x) = -x^3$ C. $f(x) = -x$ D. $f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \geq 0, \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$
12. 已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足: 对于任意的 $x, y \in \mathbb{R}$, 都有 $f(x+y) = f(x) + f(y) + 1$, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) > -1$, 若 $f(1) = 1$, 则下列说法正确的有 ()
 A. $f(0) = 0$ B. $f(x)$ 关于 $(1, 1)$ 对称
 C. $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调递增 D. $f(1) + f(2) + \dots + f(2023) = 2023^2$

三、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．）

13. 计算: $\left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{1}{3}} \times \left(-\frac{7}{6}\right)^0 + 8^{\frac{1}{4}} \times \sqrt[4]{2} - \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}}} =$ _____.
14. 已知幂函数 $f(x) = (m^2 - 5m + 1)x^{m^2 - 6m + 2}$ 图像不过原点, 则实数 m 的值为_____.
15. 函数 $f(x) = 2^x + 1$ 的定义域为 $[-2, 2]$, 则 $f(x-1) + f(x+1)$ 的定义域为_____.
16. 若不等式 $2^{x^2} + 2^{-x} < 0$ 对一切实数 x 都成立, 则 x 的取值范围为_____.

四、解答题：本题共 6 小题，70 分，其中第 17 题 10 分，其余均 12 分.

17. (10 分) 已知全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $A = \{x \mid -1 < x < +1\}$, $B = \{x \mid x < 4\}$.

(1) 当 $a = 4$ 时, 求 U 和 $A \cap (C_{\mathbb{R}} B)$;

(2) 若“ $a \in A$ ”是“ $a \in B$ ”成立的充分不必要条件, 求实数 m 的取值范围.

18. (12 分) (1) 已知 $f(x)$ 是二次函数, 且 $f(0) = 0$, $f(x+1) = f(x) + x + 1$, 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, 且 $f(x) = 2\left(\frac{1}{x}\right)^x - 1$, 求 $f(x)$ 的解析式.

19. (12 分) 已知正实数 x, y 满足 $2x + y = 1$.

(1) 求 $x + 2y$ 的最小值;

(2) 求 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值.

20. (12 分) 已知关于 x 的不等式 $x^2 - 2x - 3 \geq 0$ ($x \in \mathbb{R}$).

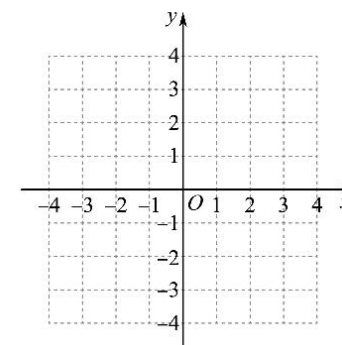
(1) 若不等式的解集为 $\{x \mid -2 \leq x \leq -1\}$, 求 a, b 的值;

(2) 若 $a < 0$, 解不等式 $(x - 2)(x + 1) \geq 0$.

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = x|x - a|$

(1) 当 $a = 2$ 时, 画出函数 $f(x)$ 图像, 并写出单调区间;

(2) 当 $x \in [0, 2]$, 求 $f(x)$ 的最大值.



22. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{2^x + 1}{2^x - 1}$ 是定义在 $(-1, 1)$ 上的奇函数, 且 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{5}$.

(1) 确定函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 当 $x \in (-1, 1)$ 时, 判断函数 $f(x)$ 的单调性, 并证明;

(3) 解不等式 $(2^x + 1) + f\left(\frac{1}{2}\right) < 0$.

宜春中学 2026 届高一上学期数学周考（四）答案

一、单项选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	A	B	A	C	D	C

二、多项选择题（共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项是符合题目要求的．）

9. BCD 10. BC 11. BCD 12. BCD

三、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．）

13. 2 14. 5

15. $[-1,1]$ 16. $(-3,0]$

四、解答题：本题共 6 小题，70 分，其中第 17 题 10 分，其余均 12 分．

17. (1) 当 $a = 4$ 时，集合 $A = \{x \mid |3x - 4| < 5\}$,

因为 $A = \{x \mid |x| < 4\}$ ，所以 $C_R A = \{x \mid |x| \geq 4\}$.

所以 $U \cap A = \{x \mid |x| < 5\}$, $U \cap C_R A = \{x \mid |x| \leq 5\}$

(2) 因为“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”成立的充分不必要条件，

所以 A 是 B 的真子集，而 B 不为空集，

所以 $a + 1 \leq 4$ ，因此 $a \leq 3$.

18. (1) 设 $f(x) = x^2 + ax + (a \neq 0)$,

因为 $f(0) = 0$ ，所以有 $a = 0$,

因为 $f(x + 1) = f(x) + a + 1$ ，所以有

$(x + 1)^2 + a(x + 1) = x^2 + ax + a + 1 \Rightarrow x^2 + (2 + a)x + a + 1 = x^2 + ax + a + 1$,

所以 $\begin{cases} 2 + a = a + 1 \\ a + 1 = 1 \end{cases}$ ，解得 $a = \frac{1}{2}$.

所以 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$ ($x \in \mathbb{R}$);

(2) 在 $f(x) = 2\left(\frac{1}{x}\right)\sqrt{x} - 1$ 中，

用 $\frac{1}{x}$ 代替 x ，得 $f\left(\frac{1}{x}\right) = 2\left(\frac{1}{x}\right)\sqrt{\frac{1}{x}} - 1$,

将 $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2}{\sqrt{x}} - 1$ 代入 $f(x) = 2\left(\frac{1}{x}\right)\sqrt{x} - 1$ 中，

可求得 $f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x} + \frac{1}{3}$ ($x > 0$).

19. (1) 因为 $2 + \frac{2}{x} = 3$ ，所以 $\frac{1}{x} + \frac{2}{x} = 1$.

$\frac{1}{x} + \frac{2}{x} = \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x}\right)\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x}\right) = 1 + 4 + \frac{2}{x} + \frac{2}{x} \geq 5 + 2\sqrt{\frac{2}{x} \cdot \frac{2}{x}} = 9$,

当且仅当 $\frac{1}{x} = \frac{2}{x}$ 时，等号成立；

(2) 因为 $x, \frac{2}{x}$ 为正实数，所以 $x > 0$,

又 $2 + \frac{2}{x} = 3$ ，所以 $(x - 2)^2 - 8 \geq 0$ ，解得 $x \geq 8$,

当且仅当 $x = 2, \frac{2}{x} = 4$ 时，等号成立；

综上， $\frac{1}{x} + \frac{2}{x}$ 的最小值为 9， $\frac{1}{x}$ 的最小值为 8.

20. (1) 解：原不等式可化为 $x^2 + (x - 2) - 2 \geq 0$,

由题知， $-2, -1$ 是方程 $x^2 + (x - 2) - 2 = 0$ 的两根，

由根与系数的关系得 $\begin{cases} -\frac{-2}{-1} = -3 \\ -2 = 2 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$.

(2) 解：当 $x < 0$ 时，所以原不等式化为 $\left(x - \frac{2}{x}\right)\left(x + 1\right) \leq 0$,

当 $x^2 > -1$ 时，即 $x < -2$ 时，解原不等式可得 $-1 \leq x \leq 2$;

当 $x^2 = -1$ 时，即 $x = -2$ 时，原不等式即为 $(x + 1)^2 \leq 0$ ，解得 $x = -1$;

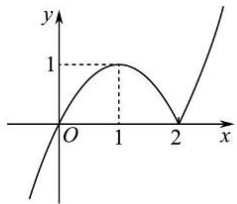
当 $x^2 < -1$ 时，即 $-2 < x < 0$ 时，解得 $x^2 \leq x \leq -1$,

综上所述，当 $-2 < x < 0$ 时，不等式的解集为 $\{x \mid x^2 \leq x \leq -1\}$;

当 $x = -2$ 时，不等式的解集为 $\{-1\}$;

当 $x < -2$ 时，不等式的解集为 $\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$.

21. (1) 因为 $a=2$, 所以 $f(x)=x|x-2|=\begin{cases} -x^2+2x, & x<2 \\ x^2-2x, & x\geq 2 \end{cases}$, 其图象如图:



结合图象可知: 函数 $y=f(x)$ 的单调递增区间是 $(-\infty, 1], [2, +\infty)$.

(2) 因为 $f(x)=x|x-a|=\begin{cases} x^2-ax, & x\geq a \\ -x^2+ax, & x<a \end{cases}$, 又因为 $x\in[0, 2]$,

所以当 $a=0$ 时, $f(x)=x^2$ 在 $[0, 2]$ 上单调递增, $f(x)_{\max}=f(2)=4$;

当 $a<0$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上的解析式为 $f(x)=x^2-ax$, 且在 $[0, 2]$ 上单调递增, $f(x)_{\max}=f(2)=4-2a$;

当 $0<a<2$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上的最大值为 $\{f(2), f(\frac{a}{2})\}_{\max}$, 所以 $4\sqrt{2}-4<a<2$ 时,

$f(x)_{\max}=f(\frac{a}{2})=\frac{a^2}{4}$, 所以 $0<a\leq 4\sqrt{2}-4$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上的最大值为 $f(x)_{\max}=f(2)=4-2a$,

当 $2\leq a<4$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $[0, \frac{a}{2}]$ 上单调递增, 在 $(\frac{a}{2}, 2]$ 上单调递减, 所以函数的最大值为

$$f(x)_{\max}=f(\frac{a}{2})=\frac{a^2}{4};$$

当 $a>4$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上单调递增, 所以 $f(x)_{\max}=f(2)=2a-4$,

综上所述: 函数当 $x\in[0, 2]$, $f(x)_{\max}=\begin{cases} 4-2a, & a\leq 4\sqrt{2}-4 \\ \frac{a^2}{4}, & 4\sqrt{2}-4<a\leq 4 \\ 2a-4, & a>4 \end{cases}$

22. (1) 解: 由题意可知 $()$ 为奇函数,

$$\therefore (0)=0,$$

$$\text{即 } -=0, =0,$$

$$\because (\frac{1}{2})=\frac{4}{5}, \therefore =1,$$

$$\therefore ()=\frac{2}{z+1};$$

(2) 当 $\in(-1, 1)$ 时, 函数 $()$ 单调递增,

证明如下:

设 z_1, z_2 为 $(-1, 1)$ 上的任意两个数, 且 $z_1 < z_2$,

$$\therefore (z_2)-(z_1)=\frac{2z_2}{z_2+1}-\frac{2z_1}{z_1+1}$$

$$=\frac{2(z_2-z_1)(1-z_1z_2)}{(z_2+1)(z_1+1)},$$

$$\because z_2-z_1>0, z_1, z_2\in(-1, 1),$$

$$\therefore z_2-z_1>0, 1-z_1z_2>0,$$

$$\therefore (z_2)-(z_1)>0,$$

故函数 $()$ 在 $(-1, 1)$ 上为增函数;

$$(3) \because (2+z+1)+(\frac{1}{z})<0,$$

$$\therefore (2+z+1)<-(\frac{1}{z}),$$

$\because ()$ 为奇函数,

$$\therefore (2+z+1)<(-\frac{1}{z}),$$

$\because$ 当 $\in(-1, 1)$ 时, 函数 $()$ 单调递增,

$$\therefore \begin{cases} -1<2+z+1<1 \\ -1<-\frac{1}{z}<1 \\ 2+z+1<-\frac{1}{z} \end{cases},$$

$$\therefore -1< <-\frac{2}{5},$$

$\therefore$ 不等式的解集为 $(-1, -\frac{2}{5})$.