

2027 届高一上学期第三次周考数学试卷

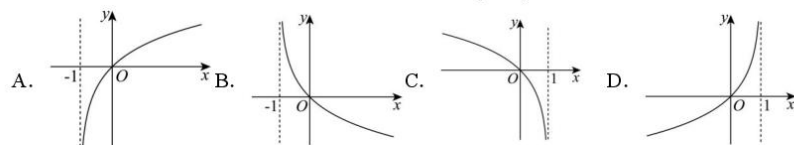
命题人:赵燕玲

审题人:钟晓平

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} | y = \lg(1-x)\}$, $B = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $[-1, 1)$ D. $(-1, 2)$
2. 已知幂函数 $f(x) = (m^2 - 3m - 3)x^{m-6}$ 的图象不过原点, 且关于 y 轴对称, 则 ()
A. $m = 4$ B. $m = -1$ C. $m = 4$ 或 $m = -1$ D. $-1 < m < 4$

3. 已知函数 $y = f(x)$ 是 $y = e^x$ 的反函数, 则函数 $y = f\left(\frac{1}{1-x}\right)$ 的图象大致为 ()



4. 若 $a = 1.01^{0.5}$, $b = 1.01^{0.6}$, $c = 0.6^{0.5}$, 则 ()
A. $c > a > b$ B. $c > b > a$ C. $a > b > c$ D. $b > a > c$

5. 函数 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{-x^2+x+2}}$ 的单调递增区间是 ()

- A. $(-\infty, -1]$ B. $[2, +\infty)$ C. $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ D. $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$

6. 设函数 $f(x) = \begin{cases} ax-2, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调递增, 则 a 的取值范围为 ()

- A. $(0, +\infty)$ B. $(0, 2]$ C. $(-\infty, 2]$ D. $(0, 3]$

7. 已知函数 $y = \log_a(x-1) + 1$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的图象恒过定点 A, 若点 A 在直线 $mx + ny - 1 = 0$ ($m > 0, n > 0$) 上, 则 $\frac{4}{m} + \frac{1}{n}$ 的最小值为 ()

- A. 13 B. $8\sqrt{2}$ C. $9 + 4\sqrt{2}$ D. 8

8. 若关于 x 的方程 $4^x + a \cdot 2^{x+1} - a^2 + 1 = 0$, 有一个正实数根和一个负实数根, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $(-1, -\sqrt{3}+1)$ B. $(-1, \sqrt{3}-1)$ C. $(-1, \sqrt{3}+1)$ D. $(\sqrt{3}+1, +\infty)$

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 下列说法正确的是 ()

- A. $x > 2$ 的一个必要条件是 $x > 3$
B. 若集合 $A = \{x | ax^2 + x + 1 = 0\}$ 中只有一个元素, 则 $a = 4$.
C. “ $ac < 0$ ”是“一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一正一负根”的充要条件
D. 已知集合 $M = \{0, 1\}$, 则满足条件 $M \cup N = M$ 的集合 N 的个数为 4

10. 下列说法不正确的是 ()

- A. 若 $f(x+1)$ 的定义域为 $[-2, 3]$, 则 $f(x-2)$ 的定义域是 $[-1, 4]$
B. 函数 $f(x) = \sqrt{x+3} + \frac{1}{x-2}$ 的定义域是 $[-3, 2) \cup (2, +\infty)$
C. 函数 $y = x$, $x \in [-2, 2)$ 是奇函数
D. 若集合 $A = \{x | ax^2 + x + 1 = 0\}$ 中只有一个元素, 则 $a = \frac{1}{4}$

11. 下列说法正确的是 ()

- A. 方程 $\log_2(2x+1) = \log_2(x^2-2)$ 的解集为 $\{-1, 3\}$
B. 不等式 $4^x - 2^{x+1} - 8 < 0$ 的解集为 $(-\infty, 2)$
C. 已知正数 x, y 满足 $x + y = 1$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y}$ 的最小值为 9
D. $\ln x^2 + \frac{4}{\ln x^2 + 1} \geq 3$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 已知函数 $f(x)$ 是偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = -x(x+1)$, 则当 $x < 0$ 时, $f(x) =$ _____.

13. 已知 $1 \leq 2x - y \leq 2, -1 \leq x + 2y \leq 1$, 则 $16x + 7y$ 的取值范围为 _____

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x - a, & x > 0 \\ x^2 - 2ax + a^2 - 1, & x \leq 0 \end{cases}$ 恰有 2 个零点, 则实数 a 的取值范围是 _____.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分) 计算下列各式的值:

(1) $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - (-8)^0 + \sqrt[3]{(-1)^3} + (0.5)^{-1}$;

(2) $\ln e + \lg \frac{5}{2} + 2 \lg 2 + 3^{\lg 2}$.

16. (15 分) 已知函数 $f(x) = \ln(1-x) - \ln(1+x)$, 记集合 A 为 $f(x)$ 的定义域.

(1) 求集合 A ;

(2) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性;

(3) 当 $x \in A$ 时, 求函数 $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+2x}$ 的值域.

17. (15 分) 函数 $f(x) = (\log_2 x - 4) \left(\log_4 x - \frac{1}{2} \right)$.

(1) 当 $x \in [1, 4]$ 时, 求该函数的值域;

(2) 若 $f(x) > m \log_2 x$ 对于 $x \in [1, 4]$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

18. (17 分) 中国芯片产业崛起, 出口额增长迅猛, 展现强劲实力和竞争力. 中国自主创新, 多项技术取得突破, 全球布局加速. 现有某芯片公司为了提高生产效率, 决定投入 108 万元买一套生产设备, 预计使用该设备后, 前 $n (n \in \mathbb{N}^*)$ 年的支出成本为 $(12n^2 - 8n)$ 万元, 每年的销售收入 100 万元.

(1) 求该芯片公司买该套生产设备产生的前 n 年的总盈利额 $f(n)$;

(2) 使用若干年后对该设备处理的方案有两种, 方案一: 当总盈利额达到最大值时, 该设备以 30 万元的价格处理; 方案二: 当年平均盈利额达到最大值时, 该设备以 54 万元的价格处理, 哪种方案较为合理?

并说明理由(注: 年平均盈利额 = $\frac{\text{总盈利额}}{\text{年度}}$)

19. (17 分) 已知函数 $f(x)$ 和 $g(x)$, 定义集合 $M_{f(x)g(x)} = \{x \mid f(x) < g(x)\}$.

(1) 设 $f(x) = x^2 + 2x + 3, g(x) = -x + 2$, 求 $M_{f(x)g(x)}$;

(2) 设 $f(x) = ax^2 + 2ax - 4, g(x) = 2x(x + 2)$, 当 $M_{f(x)g(x)} = \mathbb{R}$ 时, 求 a 的取值范围;

(3) 设 $f(x) = |2x - b|, g(x) = \frac{x+4b}{x-1}, h(x) = 2$, 若 $M_{f(x)h(x)} \cap M_{g(x)h(x)} \neq \emptyset$, 求 b 的取值范围.

2027 届高一上学期第三次周考数学参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
答案	B	A	D	D	C	B	C	A	CD	ACD	BC

1. B 【详解】因为 $A = \{x \in \mathbb{Z} | y = \lg(1-x)\} = \{x \in \mathbb{Z} | x < 1\}$, $B = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0\} = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, 所以 $A \cap B = \{-1, 0\}$. 故选: B.

2. A 【详解】由题意得, $m^2 - 3m - 3 = 1$, 解得 $m = 4$ 或 $m = -1$. 当 $m = 4$ 时, $f(x) = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$, 满足题意; 当 $m = -1$ 时, $f(x) = x^{-7} = \frac{1}{x^7}$, 其图象关于原点中心对称, 不满足题意. 故选: A.

3. D 【详解】因为函数 $y = f(x)$ 是 $y = e^x$ 的反函数, 所以 $f(x) = \ln x$, 则 $f\left(\frac{1}{1-x}\right) = \ln \frac{1}{1-x} = -\ln(1-x)$, 则 $1-x > 0$, 解得 $x < 1$, 所以函数 $y = f\left(\frac{1}{1-x}\right)$ 的定义域为 $(-\infty, 1)$, 故排除 AB;

令 $\mu = 1-x$, 在 $(-\infty, 1)$ 上是减函数, 而函数 $y = -\ln \mu$ 是减函数, 所以函数 $f\left(\frac{1}{1-x}\right) = -\ln(1-x)$ 在 $(-\infty, 1)$ 上是增函数, 故排除 C. 故选: D.

4. D 【详解】 $y = 1.01^x$, 在 $\mathbb{R}$ 上单调递增, $0.6 > 0.5$, 故 $1.01^{0.6} > 1.01^{0.5}$, 所以 $b > a$, $y = x^{0.5}$, 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增, $1.01 > 0.6$, 故 $1.01^{0.5} > 0.6^{0.5}$, 即 $a > c$, 所以 $b > a > c$. 故选: D.

5. C 【详解】令 $-x^2 + x + 2 \geq 0$, 则 $-1 \leq x \leq 2$,

故函数的定义域为 $[-1, 2]$, 设 $t = -x^2 + x + 2 = -(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4}$, $-1 \leq x \leq 2$, 则当 $x \in \left[-1, \frac{1}{2}\right]$ 时, $t = -x^2 + x + 2$ 为增函数, 此时 $t \in \left[0, \frac{9}{4}\right]$; 当 $x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$ 时, $t = -x^2 + x + 2$ 为减函数, 此时 $t \in \left[0, \frac{9}{4}\right]$.

而 $w = \sqrt{t}$ 在 $\left[0, \frac{9}{4}\right]$ 上为增函数, 故 $w = \sqrt{-x^2 + x + 2}$ 在 $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$ 上为增函数, 在 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ 上为减函数, 此时 $w \in \left[0, \frac{3}{2}\right]$. 而 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^w$ 在 $\left[0, \frac{3}{2}\right]$ 上为减函数, 故 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{-x^2 + x + 2}}$ 在 $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$ 上为减函数, 在 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ 上为增函数. 故选: C.

6. B 【详解】因为若 $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调递增, 且 $f(x) = \begin{cases} ax-2, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$, 可得 $\begin{cases} a > 0 \\ a-2 \leq \ln 1 \end{cases}$,

即 $\begin{cases} a > 0 \\ a-2 \leq 0 \end{cases}$, 解得 $0 < a \leq 2$, 即 a 的取值范围为 $(0, 2]$. 故选: B.

7. C 【详解】当 $x-1=1$ 时, $y = \log_2 1+1=1$, 即 $A(2,1)$ 因为 A 在直线 $mx+ny-1=0$ 上, 所以 $2m+n=1$ $\frac{4}{m} + \frac{1}{n} = (2m+n)\left(\frac{4}{m} + \frac{1}{n}\right) = 9 + \frac{4n}{m} + \frac{2m}{n} \geq 9 + 2\sqrt{\frac{4n}{m} \cdot \frac{2m}{n}} = 9 + 4\sqrt{2}$ 当且仅当 $n = \frac{\sqrt{2}}{2}, m = \frac{2\sqrt{2}-1}{7}$ 时, 取等号, 即 $\frac{4}{m} + \frac{1}{n}$ 的最小值为 $9 + 4\sqrt{2}$. 故选: C.

8. A 【详解】令 $2^x = t$, $4^x + a \cdot 2^{x+1} - a^2 + 1 = 0 \Rightarrow t^2 + 2at - a^2 + 1 = 0$, 设关于 x 的方程 $4^x + a \cdot 2^{x+1} - a^2 + 1 = 0$ 有一个正实数根 x_1 和一个负实数根 x_2 , 故 $t^2 + 2at - a^2 + 1 = 0$ 有两个根 t_1, t_2 , 其中 $t_1 = 2^{x_1} > 1$, $t_2 = 2^{x_2} \in (0, 1)$,

令 $h(t) = t^2 + 2at - a^2 + 1$, 则 $\begin{cases} h(0) = -a^2 + 1 > 0 \\ h(1) = 1 + 2a - a^2 + 1 < 0 \end{cases}$, 解得 $-1 < a < 1 - \sqrt{3}$, 故实数 a 的取值范围是

$(-1, -\sqrt{3}+1)$. 故选: A.

9. CD 【详解】对于 A, 易知 $x > 3$ 能推出 $x > 2$, 因此 $x > 2$ 的一个充分条件是 $x > 3$, 即 A 错误; 对于 B, 若集合 $A = \{x | ax^2 + x + 1 = 0\}$ 中只有一个元素, 当 $a = 0$ 时满足题意; 当 $a \neq 0$ 时, 需满足

$\Delta = 1 - 4a = 0$, 可得 $a = \frac{1}{4}$, 因此可得 $a = 0$ 或 $a = \frac{1}{4}$, 即 B 错误; 对于 C, 由 $ac < 0$ 可知一元二次方程

$ax^2 + bx + c = 0$ 的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, 即该方程有两根, 且两根之积 $\frac{c}{a} < 0$, 即两根异号, 可知充分性成立; 若一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一正一负根, 可知两根之积为负,

即 $\frac{c}{a} < 0$, 也即 $ac < 0$, 即必要性成立, 所以 C 正确; 对于 D, 由 $M \cup N = M$ 可知 N 是集合 $M = \{0, 1\}$ 的子集, 所以集合 N 可以是 $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{1, 2\}$, 共 4 个, 即 D 正确. 故选: CD.

10. ACD 【详解】对于 A, 因为 $f(x+1)$ 的定义域为 $[-2, 3)$, 所以 $-2 \leq x < 3$, 即 $-1 \leq x+1 < 4$,

所以对于 $y = f(x-2)$, $-1 \leq x-2 < 4$, 解得 $1 \leq x < 6$, 所以 $f(x-2)$ 的定义域是 $[1, 6)$, 故 A 不正确;

对于 B, 由 $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$ 解得 $x \geq -3$, 且 $x \neq 2$, 所以定义域为 $[-3, 2) \cup (2, +\infty)$, 故 B 正确; 对于 C, 因为定

义域 $x \in [-2, 2)$ 关于原点对称不成立, 所以不是奇函数, 故 C 不正确; 对于 D, 由题意得方程 $ax^2 + x + 1 = 0$ 只有一个解, 显然当 $a = 0$ 时, $x+1=0$ 有唯一解 $x=-1$, 故 D 不正确. 故选: ACD.

11. BC 【详解】选项 A: $\because \log_2(2x+1) = \log_2(x^2-2)$, $\therefore 2x+1 = x^2-2$ 且 $2x+1 > 0$ (真数大于 0) $\therefore x = 3$, 故 A 错误; 选项 B: 设 $t = 2^x > 0$, 则由 $4^x - 2^{x+1} - 8 < 0$ 可得 $t^2 - 2t - 8 < 0$ 解得 $-2 < t < 4$, 又 $t > 0$, $\therefore 0 < t = 2^x < 4$, 解得 $x < 2$, $\therefore$ 不等式解集为 $(-\infty, 2)$, 故 B 正确;

选项 C: 因为正数 x, y 满足 $x+y=1$, 所以 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} = \left(\frac{1}{x} + \frac{4}{y}\right) \cdot (x+y) = 1 + \frac{y}{x} + \frac{4x}{y} + 4 \geq 5 + 2\sqrt{\frac{y}{x} \cdot \frac{4x}{y}} = 9$,

当且仅当 $\frac{y}{x} = \frac{4x}{y}$, 即 $x = \frac{1}{3}, y = \frac{2}{3}$ 时取等号, 故 C 正确; 选项 D: 取 $x = \frac{1}{e}$, 则

$\ln x^2 + \frac{4}{\ln x^2 + 1} = -2 + \frac{4}{-2+1} = -6 < 3$, 故 D 错误. 故选: BC.

12. 【详解】解: 当 $x < 0$ 时, 可得 $-x > 0$, 又因为当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = -x(x+1)$, 所以

$f(-x) = -(-x)(-x+1) = -x^2 + x$, 又因为函数 $f(x)$ 是偶函数, 即 $f(-x) = f(x)$,

所以 $f(x) = f(-x) = -x^2 + x$, 所以当 $x < 0$ 时, $f(x) = -x^2 + x$. 故答案为: $-x^2 + x$.

13. 【详解】设 $16x+7y = m(2x-y) + n(x+2y)$, 故 $\begin{cases} 2m+n=16 \\ -m+2n=7 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} m=5 \\ n=6 \end{cases}$, 所以

$16x+7y = 5(2x-y) + 6(x+2y)$, 又 $1 \leq 2x-y \leq 2, -1 \leq x+2y \leq 1$, 所以 $5 \leq 5(2x-y) \leq 10, -6 \leq 6(x+2y) \leq 6$, $5-6 \leq 5(2x-y) + 6(x+2y) \leq 10+6$, 所以 $-1 \leq 16x+7y \leq 16$. 故答案为: $-1 \leq 16x+7y \leq 16$.

14. 【详解】由题意可得当 $x \leq 0, f(x) = x^2 - 2ax + a^2 - 1 = [x - (a-1)][x - (a+1)]$, 即两个零点分别为 $a+1$ 和 $a-1$, 令 $e^x - a = 0$, 解得 $x = \ln a$, 当 $a > 1$ 时, $a-1 > 0, a+1 > 0$, 只有一个零点 $x = \ln a$, 不符合题意; 当 $a = 1$ 时, $a-1 = 0, a+1 > 0$, 只有一个零点 $x = 0$, 不符合题意; 当 $a < 1$ 时, $e^x - a = 0$ 无零点, 要使函数恰有两个零点, 需满足 $a+1 \leq 0$, 即 $a \leq -1$; 综上, 实数 a 的取值范围是 $a \leq -1$. 故答案为: $a \leq -1$.

15. 【详解】(1) 原式 $= \frac{3}{2} - 1 - 1 + 2 = \frac{3}{2}$; (2) 原式 $= 1 + \lg \frac{5}{2} + \lg 4 + 2 = 3 + \lg \left(\frac{5}{2} \times 4 \right) = 3 + 1 = 4$.

16. 【详解】(1) 由真数大于 0 可知 $\begin{cases} 1-x > 0 \\ 1+x > 0 \end{cases}$, $\begin{cases} x < 1 \\ x > -1 \end{cases}$, $A = \{x | -1 < x < 1\}$.

(2) $f(x) = \ln \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$ 可知定义域 $A = \{x | -1 < x < 1\}$ 关于原点对称,

$f(-x) = \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) = \ln \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^{-1} = -\ln \frac{1-x}{1+x} = -f(x)$, 故 $f(x)$ 为奇函数.

(3) 令 $t = x^2 + 2x$, 对称轴 $x = -1$, 在 $x \in (-1, 1)$ 上, $t \in (-1, 3)$,

又 $y = \left(\frac{1}{2} \right)^t$ 在 $\mathbb{R}$ 上递减, 故 $g(x) = \left(\frac{1}{2} \right)^{x^2+2x}$ 的值域是: $\left(\frac{1}{8}, 2 \right)$.

17. 【详解】(1) $f(x) = (\log_2 x - 4) \left(\frac{1}{2} \log_2 x - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} (\log_2 x - 4)(\log_2 x - 1)$,

$\because x \in [1, 4]$, $\therefore \log_2 x \in [0, 2]$, 令 $t = \log_2 x$, 则 $f(x) = g(t) = \frac{1}{2}(t-4)(t-1) = \frac{1}{2}t^2 - \frac{5}{2}t + 2$, $t \in [0, 2]$ 易知 $g(t)$ 单调递减, $\therefore$ 该函数值域为 $[g(2), g(0)]$ 即 $[-1, 2]$;

(2) 令 $t = \log_2 x$, 则 $f(x) = \frac{1}{2}(t-4)(t-1) > m$ 在 $[0, 2]$ 上恒成立,

当 $t = 0$ 时, $2 > 0$ 恒成立, $m \in \mathbb{R}$; 当 $t \in (0, 2]$ 时, 等价于 $m < \frac{(t-4)(t-1)}{2t}$ 恒成立,

令 $h(t) = \frac{(t-4)(t-1)}{2t} = \frac{t^2 - 5t + 4}{2t} = \frac{1}{2} \left(t + \frac{4}{t} - 5 \right) \geq \frac{1}{2} (2\sqrt{4} - 5) = -\frac{1}{2}$. 当且仅当 $t = 2$ 时取等号, $m < -\frac{1}{2}$.

综上, $m < -\frac{1}{2}$.

18. 【详解】(1) 依题意可得 $f(n) = 100n - (12n^2 - 8n) - 108 = -12n^2 + 108n - 108$, ($n \in \mathbb{N}^*$);

(2) 方案一: 总盈利额 $f(n) = -12n^2 + 108n - 108 = -12 \left(n - \frac{9}{2} \right)^2 + 135$,

又 $n \in \mathbb{N}^*$, 所以当 $n = 4$ 或 $n = 5$ 时, $f(n)$ 取得最大值 132, 此时处理掉设备, 则总利润为 $132 + 30 = 162$

万元; 方案二: 年平均盈利额为 $\frac{f(n)}{n} = \frac{-12n^2 + 108n - 108}{n} = -12 \left(n + \frac{9}{n} \right) + 108 \leq 108 - 24\sqrt{n \cdot \frac{9}{n}} = 36$,

当且仅当 $n = \frac{9}{n}$, 即 $n = 3$ 时, 等号成立; 即 $n = 3$ 时, 年平均盈利额最大, 此时 $f(3) = 108$,

此时处理掉设备: 总利润为 $108 + 54 = 162$ 万元; 综上, 两种方案获利都是 162 万元, 但方案二仅需要 3 年即可, 故方案二更合适.

19. 【详解】(1) 已知 $f(x) = x^2 + 2x + 3$, $g(x) = -x + 2$,

由 $f(x) < g(x)$ 即 $x^2 + 2x + 3 < -x + 2$,

解得 $\frac{-3-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{-3+\sqrt{5}}{2}$,

则 $M_{f(x)g(x)} = \left(\frac{-3-\sqrt{5}}{2}, \frac{-3+\sqrt{5}}{2} \right)$;

(2) 已知 $f(x) = ax^2 + 2ax - 4$, $g(x) = 2x(x+2)$,

由题意得, $f(x) < g(x)$ 对任意 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立,

$ax^2 + 2ax - 4 - 2x(x+2) < 0$, 即 $(a-2)x^2 + 2(a-2)x - 4 < 0$ 恒成立,

当 $a = 2$ 时, $-4 < 0$ 恒成立;

当 $a \neq 2$ 时, 由 $\begin{cases} a-2 < 0 \\ 4(a-2)^2 + 16(a-2) < 0 \end{cases}$

解得 $-2 < a < 2$;

综上, 当 $M_{f(x)g(x)} = \mathbb{R}$ 时, a 的取值范围为 $(-2, 2]$;

(3) 已知 $f(x) = |2x-b|$, $g(x) = \frac{x+4b}{x-1}$, $h(x) = 2$,

由 $M_{f(x)h(x)} \cap M_{g(x)h(x)} \neq \emptyset$ 得, 不等式组 $\begin{cases} f(x) < 2 \\ g(x) < 2 \end{cases}$ 有解,

由 $f(x) < 2 \Leftrightarrow -2 < 2x-b < 2 \Leftrightarrow \frac{b}{2} - 1 < x < \frac{b}{2} + 1$,

又 $g(x) < 2 \Leftrightarrow \frac{x+4b}{x-1} < 2 \Leftrightarrow \frac{x+4b-2(x-1)}{x-1} < 0 \Leftrightarrow \frac{x-(4b+2)}{x-1} > 0$,

当 $4b+2=1$, 即 $b = -\frac{1}{4}$ 时, $1 > 0$ 对任意 $x \in (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$ 恒成立, 则满足 $M_{f(x)h(x)} \cap M_{g(x)h(x)} \neq \emptyset$;

当 $4b+2 < 1$, 即 $b < -\frac{1}{4}$ 时, $g(x) < 2 \Leftrightarrow x < 4b+2$, 或 $x > 1$,

要使 $M_{f(x)h(x)} \cap M_{g(x)h(x)} \neq \emptyset$, 则 $\frac{b}{2} - 1 < 4b+2$, 或 $\frac{b}{2} + 1 > 1$,

解得 $b > -\frac{6}{7}$, 则有 $-\frac{6}{7} < b < -\frac{1}{4}$;

当 $4b+2 > 1$, 即 $b > -\frac{1}{4}$ 时, $g(x) < 2 \Leftrightarrow x < 1$, 或 $x > 4b+2$,

要使 $M_{f(x)h(x)} \cap M_{g(x)h(x)} \neq \emptyset$, 则 $\frac{b}{2} - 1 < 1$, 或 $\frac{b}{2} + 1 > 4b+2$,

解得 $b < 4$, 则有 $-\frac{1}{4} < b < 4$;

综上所述, b 的取值范围是 $\left(-\frac{6}{7}, 4 \right)$