

第四单元比的专项训练

- 一、求比值
- 二、求比中未知项
- 三、比的基本性质
- 四、化简比
- 五、求连比
- 六、比的应用

一、求比值

方法: 前项 \div 后项 (有单位的先统一单位后再计算)

例: ① $10: 5 = 10 \div 5 = 2$ ② $\frac{3}{2}: 4 = \frac{3}{2} \div 4 = \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$
③ $0.3: 0.5 = 0.3 \div 0.5 = 0.6$ ④ $60\text{g}: 0.8\text{kg} = 60 \div 800 = \frac{3}{20}$

跟踪练习

$$\frac{3}{8}: \frac{1}{2} \quad 0.75: \frac{6}{7} \quad 24: \frac{3}{8} \quad 34: 51$$

$$6. 4: 0.16 \quad 0.5 \text{公顷}: 500 \text{平方米} \quad 75 \text{分}: 2.5 \text{小时}$$

二、求比中未知项

方法: 前项 $=$ 后项 \times 比值, 后项 $=$ 前项 \div 比值 (也可将未知项看做 x , 转化成方程来解)

例: ① $() : 8 = 2$ 解析: 因为 $8 \times 2 = 16$, 所以 $(16) : 8 = 2$ 。
② $15: () = \frac{1}{3}$ 解析: 因为 $15 \div \frac{1}{3} = 45$, 所以 $5: (45) = \frac{1}{3}$ 。

跟踪练习

$$3: () = \frac{9}{24} \quad () : \frac{2}{5} = 0.4 \quad () : \frac{3}{77} = \frac{77}{2}$$

$$75: () = \frac{1}{2} \quad 63: () = \frac{7}{3} \quad () : \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

三、比的基本性质

比的前项和后项同时乘或除以相同的数(0除外), 比值不变。

例 1: $\frac{3}{20} = 6: () = \frac{()}{60} = 12 \div () = ()$ (填小数)

解析:

$$\frac{3}{20} = 6: () = \frac{()}{60} = 12 \div () = ()$$

例 2: 把 $8: 9$ 的前项加上 16, 要使比值不变, 后项应加上 ()。

解析: 前项 $8+16=24$, 扩大了 3 倍, 要使比值不变, 后项也要扩大 3 倍, 即 $9 \times 3=27$, $27-9=18$ 。

跟踪练习

① $() : 30 = 30 \div () = \frac{3}{5} = 15: () = ()$ (填小数)

② $6: 5 = \frac{()}{20} = 18 \div () = 12: () = ()$ (填小数)

- ③把 8: 9 的后项增加 3 倍, 要使比值不变, 前项应扩大到原来的 () 倍。
 ④把 7: 5 的前项增加 35, 要使比值不变, 后项应该 ()。
 ⑤ $\frac{5}{4}$: 2.5 的比值是 (), 如果后项乘 4, 要使比值不变, 前项应变成 ();
 如果前项加 1, 要使比值不变, 那么后项应加上 ()。

四、化简比

比的前项和后项是互质数的比叫做最简单的整数比。

类型一 整数: 整数

方法: 前项和后项同时除以它们的最大公因数

$$\begin{array}{lll} 180: 120 & 162: 84 & 36: 15 \\ = (180 \div 60) : (120 \div 60) & & \\ = 3: 2 & & \\ 99: 44 & 68: 51 & 25: 30 \end{array}$$

类型二 分数: 分数

方法①: 前项和后项同时乘它们分母的最小公倍数, 化成整数比再化简

方法②: 利用求比值的方法化简

$$\begin{array}{lll} \frac{1}{6} : \frac{2}{9} & \frac{3}{2} : \frac{3}{7} & \frac{2}{3} : \frac{3}{4} \\ \text{方法①} = (\frac{1}{6} \times 18) : (\frac{2}{9} \times 18) & & \\ = 3: 4 & & \\ \text{方法②} = \frac{1}{6} \div \frac{2}{9} = \frac{1}{6} \times \frac{9}{2} = \frac{3}{4} = 3: 4 & & \\ \frac{25}{18} : \frac{35}{27} & \frac{6}{7} : \frac{3}{4} & \frac{1}{20} : \frac{1}{40} \end{array}$$

类型三 小数: 小数

方法: 前项和后项的小数点同时向右移相同位数, 化成整数比再化简

$$\begin{array}{lll} 0.75: 0.2 & 5.6: 4.2 & 0.6: 6.3 \\ = (0.75 \times 100) : (0.2 \times 100) & & \\ = 75: 20 & & \\ = (75 \div 5) : (20 \div 5) & & \\ = 15: 4 & & \\ 0.48: 0.72 & 0.14: 5.6 & 0.21: 6.3 \end{array}$$

类型四 分数: 小数

方法①: 可以把小数化成分数, 按照分数比的化简方法进行化简;

方法②: 如果分数能化成有限小数, 也可以把分数化成小数, 按照小数比的化简方法进行化简。

$$\begin{array}{lll} 0.5: \frac{3}{5} & \frac{6}{7}: 0.75 & 1.25: \frac{15}{16} \\ \text{方法①} = \frac{1}{2}: \frac{3}{5} & & \\ = (\frac{1}{2} \times 10) : (\frac{3}{5} \times 10) & & \\ = 5: 6 & & \\ \text{方法②} = 0.5: 0.6 & & \end{array}$$

$$= (0.5 \times 10) : (0.6 \times 10)$$

$$= 5 : 6$$

$$1.8 : \frac{3}{7}$$

$$0.2 : \frac{1}{5}$$

$$\frac{4}{5} : 0.6$$

类型五 整数: 分数

方法: 前项和后项同时乘分数的分母, 化成整数比再化简

$$\frac{11}{5} : 4$$

$$\frac{5}{6} : 35$$

$$9 : \frac{3}{4}$$

$$= (\frac{11}{5} \times 5) : (4 \times 5)$$

$$= 11 : 20$$

$$4 : \frac{1}{20}$$

$$21 : \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{6} : 5$$

类型六 整数: 小数

方法: 整数跟着小数同时向右移动相同数位, 化成整数比再化简

$$10 : 1.15$$

$$0.4 : 20$$

$$2.7 : 3$$

$$= (10 \times 100) : (1.15 \times 100)$$

$$= 1000 : 115$$

$$= (1000 \div 5) : (115 \div 5)$$

$$= 200 : 23$$

$$1 : 0.125$$

$$6.5 : 5$$

$$0.25 : 2$$

类型七 有单位的化简比

方法: 先统一单位再利用比的基本性质化简比

$$70\text{m} : 0.1\text{km}$$

$$\frac{1}{3}\text{小时} : 20\text{分}$$

$$\frac{1}{8}\text{吨} : 450\text{千克}$$

$$= 70\text{m} : 100\text{m}$$

$$= (70 \div 10) : (100 \div 10)$$

$$= 7 : 10$$

$$0.75\text{立方米} : 45\text{立方分米}$$

$$\frac{2}{5}\text{公顷} : 2500\text{平方米}$$

五、求连比

找不同比中都包含的同一种量, 统一不同比中同一种量的份数。 (最小公倍数)

例: 甲数和乙数的比是 2:3, 乙数和丙数的比是 4:5, 求甲、乙、丙的连比。

解析: 甲数: 乙数: 丙数

$$2 : \boxed{3} : 4 \quad \text{-----} \quad 8 : 12$$

$$\text{甲数: 乙数: 丙数} = 8 : 12 : 15$$

最小公倍数为 12

跟踪练习

①甲: 乙=5: 6, 乙: 丙=4: 3, 则甲、乙、丙的连比是什么?

②甲数是乙数的 $\frac{3}{10}$, 乙数是丙数的 $\frac{4}{9}$, 求这三个数的连比?

③酒精灯燃烧时形成三层火焰, 内层的温度约为 300°C , 中层的温度约为 400°C , 外层的温度约为 500°C 。请你写出内、中、外三层火焰的温度比。(用最简单的整数比表示)

六、比的应用

题型一: 已知两个量的比和它们的和, 求各部分的量

方法①平均分法: 先求出总份数, 然后求出每份是多少, 最后求出各部分量。

$$\text{总数量} \div \text{总份数} = \text{每份的数量}$$

$$\text{每份的数量} \times \text{各部分对应的份数} = \text{各部分的数量}$$

方法②分率法: 按比例分配通常把总量看作单位"1", 即把比转化成分数。先求出各部分量占总数量的几分之几, 再用总数量分别乘几分之几。

$$\text{总数量} \times \frac{\text{各部分份数}}{\text{总份数}} = \text{各部分的数量}$$

方法③用和倍问题的方法解, 可列算式或列方程。

例: 东东按巧克力和牛奶1: 4的比例配制了一瓶500mL的巧克力牛奶, 其中巧克力和牛奶的体积分别是多少?

方法①总份数: 1+4=5(份)

求出每份的数量: $500 \div (1+4) = 100(\text{mL})$

巧克力有1份: $100 \times 1 = 100(\text{mL})$

牛奶有4份: $100 \times 4 = 400(\text{mL})$

方法②

巧克力占 $\frac{1}{1+4}$: $500 \times \frac{1}{1+4} = 100(\text{mL})$

牛奶占 $\frac{4}{1+4}$: $500 \times \frac{4}{1+4} = 400(\text{mL})$

方法③ (1) 巧克力是牛奶的 $\frac{1}{4}$, 牛奶 $500 \div (1+\frac{1}{4}) = 400(\text{mL})$, 巧克力 $500 - 400 = 100(\text{mL})$

(2) 解: 设每份的数量为 $X\text{mL}$, 则巧克力的体积为 $X\text{mL}$, 牛奶的体积为 $4X\text{mL}$ 。

$$X+4X=500$$

$$X=100$$

$$\text{牛奶的体积: } 100 \times 4 = 400(\text{mL})$$

跟踪练习

①小明家有4个人, 晓东家有5个人, 他们一起出去春游, 两家一共花费了720元, 他们决定按人数分摊费用, 那两家分别要付多少钱?

②甲、乙、丙三人一起合作头子某工厂, 甲投资600万元, 乙投资1000万元, 丙投资800万元。

(1) 工厂去年可分配利润为 480 万元, 按投资额分配, 甲乙丙三人各应获得多少万元?

(2) 今年甲按投资额分配到的利润是 150 万元, 那么乙和丙各应获得多少万元?

③一块长 15m, 宽 4m 的长方形菜地要种三种蔬菜, 西红柿占菜地总面积的 $\frac{2}{5}$, 剩下的地按 2:1 的比种白菜和黄瓜, 白菜和黄瓜分别要种多少平方米?

题型二: 已知两个量的比和它们的差, 求总量或求各部分的量

方法①平均分法: 把比看成份数比, 用相差的量除以相差的份数求出每份的数量, 再用每份的数量乘对应的份数。

$$\text{相差的量} \div \text{相差的份数} = \text{每份的数量}$$

$$\text{每份的数量} \times \text{各部分对应的份数} = \text{各部分的数量}$$

$$\text{每份的数量} \times \text{总份数} = \text{总数量}$$

方法②分率法: 找准单位“1”, 根据 $\text{相差的量} \div \text{相差的量占单位“1”的分率} = \text{单位“1”的量}$, 可求出各部分的量或总量。

方法③列方程: 可根据等量关系列方程。

例: 已知甲-乙=12, 甲: 乙=4: 1, 则甲和乙各是多少?

方法①

$$\text{每份的量: } 12 \div (4-1) = 4$$

$$\text{甲有 4 份: } 4 \times 4 = 16$$

$$\text{乙有 1 份: } 4 \times 1 = 4$$

方法②

把甲看作单位“1”

$$12 \text{ 占单位“1”的 } (1 - \frac{1}{4})$$

$$\text{甲为 } 12 \div (1 - \frac{1}{4}) = 16$$

$$\text{乙为 } 16 - 12 = 4$$

方法③解: 设每份的数量为 X , 则甲为 $4X$, 乙为 X 。

$$4X - X = 12$$

$$X = 4$$

$$\text{甲: } 4 \times 4 = 16$$

跟踪练习

①公园里的柳树比杨树多 12 棵, 柳树与杨树的棵树比是 5:3, 求柳树和杨树各有多少棵?

②小明家买大米、面粉、零食的比是 8:1:1，其中大米比面粉多 21 袋。求这三样一共多少袋？

③小明和爷爷的年龄比是 1:6，小明比爷爷小 50 岁，小明和爷爷的年龄和是多少？

题型三：已知各部分的量的比与其中一个部分量，求其它的部分量用份数

方法：把比看成份数比，用已知的量除以已知量对应的份数求出每份的数量，再用每份的数量乘所求量对应的份数。

$$\text{已知量} \div \text{已知量对应的份数} = \text{每份的数量}$$

$$\text{每份的数量} \times \text{所求量对应的份数} = \text{所求部分的数量}$$

例如：甲、乙两个房间的面积比是 3:5，乙房间的面积是 20 平方米，甲房间的面积是多少平方米？

$$\text{每份的数量} : 20 \div 5 = 4$$

$$\text{乙房间有 3 份} : 4 \times 3 = 12 \text{ 平方米}$$

跟踪练习

①小明的妈妈自制米酒，甜酒曲和糯米的比是 2:125，现在有 750 克糯米，需要加甜酒曲多少克？

②碘和酒精按照 1:50 的比例混合配制成碘酒，现有 35g 碘，能配置这样的碘酒多少克？

③参加书法比赛的男生和女生的比是 14:17，其中男生有 28 人，那么女生有多少人？

题型四：几何问题的按比分配

①赵老师用 60cm 长的铁丝围成一个长方形教具，围成的长方形教具的长和宽的比是 3:2。求这个长方形教具的长和宽分别是多少厘米。（铁丝无剩余。）

②一个长方体的棱长总和是 80 厘米，长与宽的比是 5: 3，高是宽的 $\frac{2}{3}$ ，这个长方体的体积是多少立方厘米？

③一个等腰三角形的周长是 40 米，它的一条腰与底边的比为 3: 4，这个三角形的底边长多少米？

题型五：局部变，和不变；和变，局部不变

①哥哥和弟弟原有钱之比为 7: 5，如果哥哥给弟弟 520 元之后，弟弟和哥哥的钱数之比为 4: 3，现在哥哥多少钱？

②有三箱水果共重 60 千克，如果从第一、第二箱各拿出 3 千克放入第三箱中，则三箱重量之比是 1: 2: 3，求三箱水果原来各重多少千克？

③某车间女工人数和男工人数的比是 3: 4，后来调走男工 24 人，这时男工人数和女工人数的比是 4: 5，这个车间现在有男工多少人？

④甲乙两个仓库原有粮食的质量比是 5: 4，甲仓库运走 36t 后，甲乙两个仓库的粮食质量比是 3: 4，甲仓库原来有多少吨粮食？

跟踪练习答案

一、求比值

$$\frac{3}{4}、\frac{7}{8}、64、\frac{2}{3}、40、10、\frac{1}{2}$$

二、求比中未知项

$$8、\frac{4}{25}、\frac{3}{2}、150、\frac{8}{9}$$

三、比的基本性质

$$\textcircled{1} 18、50、25、0.6$$

$$\textcircled{2} 24、15、10、1.2$$

$$\textcircled{3} 4\textcircled{4} \text{乘} 6\textcircled{5} \frac{1}{2}、5、2$$

四、化简比

类型一

$$27:14、12:5、9:4、4:3、5:6$$

类型二

$$7:2、8:9、15:14、8:7、2:1$$

类型三

$$4:3、2:21、2:3、1:40、1:30$$

类型四

$$8:7、4:3、21:5、1:1、4:3$$

类型五

$$1:42、12:1、80:1、35:1、1:30$$

类型六

$$1:50、9:10、8:1、13:10、1:8$$

类型七

$$1:1、5:18、50:3、8:5$$

五、求连比

$$\textcircled{1} \text{甲:乙:丙} = 10:12:9$$

$$\textcircled{2} \text{甲数:乙数} = 3:10 = 6:20$$

$$\text{乙数:丙数} = 4:9 = 20:45$$

$$\text{甲数:乙数:丙数} = 6:20:45$$

$$\textcircled{3} 300:400:500 = 1:3:5$$

六、比的应用

题型一

$$\textcircled{1} \text{小明家: } 720 \times \frac{4}{4+5} = 320 \text{ (元)}$$

$$\text{晓东家: } 720 \times \frac{5}{4+5} = 400 \text{ (元)}$$

$$\textcircled{2} (1) 600:1000:800 = 3:5:4$$

$$\text{甲: } 480 \times \frac{3}{3+4+5} = 120 \text{ (万元)}$$

$$\text{乙: } 480 \times \frac{5}{3+4+5} = 200 \text{ (万元)}$$

$$\text{丙: } 480 \times \frac{4}{3+4+5} = 160 \text{ (万元)}$$

$$(2) \text{今年总利润 } 150 \div \frac{3}{3+4+5} = 600 \text{ (万元)}$$

$$\text{乙: } 600 \times \frac{5}{3+4+5} = 250 \text{ (万元)}$$

$$\text{丙: } 600 \times \frac{4}{3+4+5} = 200 \text{ (万元)}$$

$$\textcircled{3} \text{总面积 } 15 \times 4 = 60 \text{ (平方米)}$$

$$\text{西红柿的面积 } 60 \times \frac{2}{5} = 24 \text{ (平方米)}$$

$$\text{剩下的面积 } 60 - 24 = 36 \text{ (平方米)}$$

$$\text{白菜的面积 } 36 \times \frac{2}{2+1} = 24 \text{ (平方米)}$$

$$\text{黄瓜的面积 } 36 \times \frac{1}{2+1} = 12 \text{ (平方米)}$$

题型二

$$\textcircled{1} 12 \div (5-3) = 6 \text{ (棵)}$$

$$\text{柳树 } 6 \times 5 = 30 \text{ (棵)}$$

杨树 $6 \times 3 = 18$ 棵

$$\textcircled{2} 21 \div (8-1) = 3$$

3 $\times (8+1+1) = 30$ (袋)

$$\textcircled{3} 50 \div (6-1) \times (6+1) = 70 \text{ (岁)}$$

$$\text{或 } 50 \div \left(\frac{6}{1+6} - \frac{1}{1+6} \right) = 70 \text{ (岁)}$$

题型三

$$\textcircled{1} 750 \div 125 \times 2 = 12 \text{ (克)}$$

$$\textcircled{2} \text{每份的数量 } 35 \times 1 = 35, 50 \times 35 = 1750 \text{ (g)}$$

$$1750 + 35 = 1785 \text{ (g)}$$

$$\textcircled{3} 28 \div 14 \times 17 = 34 \text{ (人)}$$

题型四

$$\textcircled{1} 60 \div 2 = 30 \text{ (cm)}$$

$$30 \times \frac{3}{3+2} = 18 \text{ (cm)}$$

$$30 \times \frac{2}{3+2} = 12 \text{ (cm)}$$

$$\textcircled{2} 80 \div 4 = 20 \text{ (厘米)}$$

$$\text{长:宽:高} = 5:3: \left(3 \times \frac{2}{3} \right) = 5:3:2$$

$$20 \div (5+3+2) = 2 \text{ (厘米)}$$

$$\text{长 } 2 \times 5 = 10 \text{ (厘米)}$$

$$\text{宽 } 2 \times 3 = 6 \text{ (厘米)}$$

$$\text{高 } 2 \times 2 = 4 \text{ (厘米)}$$

$$\text{体积 } 10 \times 6 \times 4 = 240 \text{ (立方厘米)}$$

$$\textcircled{3} 40 \times \frac{4}{3+3+4} = 16 \text{ (米)}$$

题型五

①总钱数不变, 假设总钱数为单位“1”

原来哥哥的钱占总钱数的 $\frac{7}{7+5} = \frac{7}{12}$

现在哥哥的钱占总钱数的 $\frac{3}{4+3} = \frac{3}{7}$

总钱数 $520 \div \left(\frac{7}{12} - \frac{3}{7} \right) = 3360 \text{ (元)}$

现在哥哥的钱 $3360 \times \frac{3}{7} = 1440 \text{ (元)}$

$$\textcircled{2} \text{第一箱 } 60 \times \frac{1}{1+2+3} + 3 = 13 \text{ (kg)}$$

$$\text{第二箱 } 60 \times \frac{2}{1+2+3} + 3 = 23 \text{ (kg)}$$

$$\text{第三箱 } 60 \times \frac{3}{1+2+3} - 6 = 24 \text{ (kg)}$$

③女工人数不变, 女工人数为单位“1”

原来男工人数占女工人数 $\frac{4}{3}$

现在男工人数占女工人数 $\frac{4}{5}$

女工人数 $24 \div \left(\frac{4}{3} - \frac{4}{5} \right) = 45 \text{ (人)}$

男工人数 $45 \times \frac{4}{5} = 36 \text{ (人)}$

④乙仓库不变, 乙为单位“1”

原来甲占乙 $\frac{5}{4}$

现在甲占乙 $\frac{3}{4}$

乙 $36 \div \left(\frac{5}{4} - \frac{3}{4} \right) = 72 \text{ (t)}$

甲 $72 \times \frac{5}{4} = 90 \text{ (t)}$