

## 第四单元比的专项训练

- 一、求比值
- 二、求比中未知项
- 三、比的基本性质
- 四、化简比
- 五、求连比
- 六、比的应用

### 一、求比值

方法: 前项 $\div$ 后项 (有单位的先统一单位后再计算)

例: ①  $10:5=10\div5=2$

②  $\frac{3}{2}:4=\frac{3}{2}\div4=\frac{3}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{8}$

③  $0.3:0.5=0.3\div0.5=0.6$

④  $60\text{g}:0.8\text{kg}=60\div800=\frac{3}{20}$

### 跟踪练习

$\frac{3}{8}:\frac{1}{2}$

$0.75:\frac{6}{7}$

$24:\frac{3}{8}$

$34:51$

$6.4:0.16$

$0.5\text{公顷}:500\text{平方米}$

$75\text{分}:2.5\text{小时}$

### 二、求比中未知项

方法: 前项=后项 $\times$ 比值, 后项=前项 $\div$ 比值 (也可将未知项看做  $x$ , 转化成方程来解)

例: ①  $( ):8=2$

解析: 因为  $8\times2=16$ , 所以  $(16):8=2$ 。

②  $15:( )=\frac{1}{3}$

解析: 因为  $15\div\frac{1}{3}=45$ , 所以  $5:(45)=\frac{1}{3}$ 。

### 跟踪练习

$3:( )=\frac{9}{24}$

$( ):\frac{2}{5}=0.4$

$( ):\frac{3}{77}=\frac{77}{2}$

$75:( )=\frac{1}{2}$

$63:( )=\frac{7}{3}$

$( ):\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$

### 三、比的基本性质

比的前项和后项同时乘或除以相同的数(0除外), 比值不变。

例 1:  $\frac{3}{20}=6:( )=\frac{( )}{60}=12\div( )=( )$  (填小数)

解析:

$\frac{3}{20}=\frac{6}{40}=\frac{12}{60}=\frac{48}{240}=12\div80=0.15$

例 2: 把  $8:9$  的前项加上 16, 要使比值不变, 后项应加上  $( )$ 。

解析: 前项  $8+16=24$ , 扩大了 3 倍, 要使比值不变, 后项也要扩大 3 倍, 即  $9\times3=27$ ,  $27-9=18$ 。

### 跟踪练习

①  $( ):30=30\div( )=\frac{3}{5}=15:( )=( )$  (填小数)

②  $6:5=\frac{( )}{20}=18\div( )=12:( )=( )$  (填小数)

③把 8: 9 的后项增加 3 倍, 要使比值不变, 前项应扩大到原来的 ( ) 倍。

④把 7: 5 的前项增加 35, 要使比值不变, 后项应该 ( ) 。

⑤ $\frac{5}{4}$ : 2.5 的比值是 ( ) , 如果后项乘 4, 要使比值不变, 前项应变成 ( ) ; 如果前项加 1, 要使比值不变, 那么后项应加上 ( ) 。

#### 四、化简比

比的前项和后项是互质数的比叫做最简单的整数比。

##### 类型一 整数: 整数

方法: 前项和后项同时除以它们的最大公因数

$$\begin{aligned} &180: 120 \\ &= (180 \div 60) : (120 \div 60) \\ &= 3: 2 \end{aligned}$$

$$162: 84$$

$$36: 15$$

$$99: 44$$

$$68: 51$$

$$25: 30$$

##### 类型二 分数: 分数

方法①: 前项和后项同时乘它们分母的最小公倍数, 化成整数比再化简

方法②: 利用求比值的方法化简

$$\begin{aligned} &\frac{1}{6}: \frac{2}{9} \\ \text{方法①} &= (\frac{1}{6} \times 18) : (\frac{2}{9} \times 18) \\ &= 3: 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{方法②} &= \frac{1}{6} \div \frac{2}{9} = \frac{1}{6} \times \frac{9}{2} = \frac{3}{4} = 3: 4 \\ &\frac{25}{18}: \frac{35}{27} \end{aligned}$$

$$\frac{3}{2}: \frac{3}{7}$$

$$\frac{2}{3}: \frac{3}{4}$$

$$\frac{6}{7}: \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{20}: \frac{1}{40}$$

##### 类型三 小数: 小数

方法: 前项和后项的小数点同时向右移相同位数, 化成整数比再化简

$$\begin{aligned} &0.75: 0.2 \\ &= (0.75 \times 100) : (0.2 \times 100) \\ &= 75: 20 \\ &= (75 \div 5) : (20 \div 5) \\ &= 15: 4 \end{aligned}$$

$$5.6: 4.2$$

$$0.6: 6.3$$

$$0.48: 0.72$$

$$0.14: 5.6$$

$$0.21: 6.3$$

##### 类型四 分数: 小数

方法①: 可以把小数化成分数, 按照分数比的化简方法进行化简;

方法②: 如果分数能化成有限小数, 也可以把分数化成小数, 按照小数比的化简方法进行化简。

$$\begin{aligned} &0.5: \frac{3}{5} \\ \text{方法①} &= \frac{1}{2}: \frac{3}{5} \\ &= (\frac{1}{2} \times 10) : (\frac{3}{5} \times 10) \\ &= 5: 6 \end{aligned}$$

$$\text{方法②} = 0.5: 0.6$$

$$\frac{6}{7}: 0.75$$

$$1.25: \frac{15}{16}$$

$$= (0.5 \times 10) : (0.6 \times 10)$$

$$= 5:6$$

$$1.8: \frac{3}{7}$$

$$0.2: \frac{1}{5}$$

$$\frac{4}{5}: 0.6$$

### 类型五 整数: 分数

方法: 前项和后项同时乘分数的分母, 化成整数比再化简

$$\begin{aligned} & \frac{11}{5}: 4 \\ &= (\frac{11}{5} \times 5) : (4 \times 5) \\ &= 11: 20 \\ &4: \frac{1}{20} \end{aligned}$$

$$\frac{5}{6}: 35$$

$$9: \frac{3}{4}$$

$$21: \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{6}: 5$$

### 类型六 整数: 小数

方法: 整数跟着小数同时向右移动相同数位, 化成整数比再化简

$$\begin{aligned} & 10: 1.15 \\ &= (10 \times 100) : (1.15 \times 100) \\ &= 1000: 115 \\ &= (1000 \div 5) : (115 \div 5) \\ &= 200: 23 \\ &1: 0.125 \end{aligned}$$

$$0.4: 20$$

$$2.7: 3$$

$$6.5: 5$$

$$0.25: 2$$

### 类型七 有单位的化简比

方法: 先统一单位再利用比的基本性质化简比

$$\begin{aligned} & 70\text{m}: 0.1\text{km} \\ &= 70\text{m}: 100\text{m} \\ &= (70 \div 10) : (100 \div 10) \\ &= 7: 10 \\ &0.75 \text{ 立方米}: 45 \text{ 立方分米} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{3} \text{ 小时}: 20 \text{ 分}$$

$$\frac{1}{8} \text{ 吨}: 450 \text{ 千克}$$

$$\frac{2}{5} \text{ 公顷}: 2500 \text{ 平方米}$$

## 五、求连比

找不同比中都包含的同一种量, 统一不同比中同一种量的份数。(最小公倍数)

例: 甲数和乙数的比是 2: 3, 乙数和丙数的比是 4: 5, 求甲、乙、丙的连比。

解析: 甲数: 乙数: 丙数

$$\begin{array}{lcl} 2: & \boxed{\begin{array}{c} 3 \\ 4 \end{array}} & \begin{array}{l} \text{-----} \times 8: 12 \\ \text{-----} \times 12: 15 \end{array} \\ & \swarrow & \\ & \text{最小公倍数为 12} & \end{array} \quad \text{甲数: 乙数: 丙数} = 8: 12: 15$$

## 跟踪练习

①甲：乙=5:6，乙：丙=4:3，则甲、乙、丙的连比是什么？

②甲数是乙数的 $\frac{3}{10}$ ，乙数是丙数的 $\frac{4}{9}$ ，求这三个数的连比？

③酒精灯燃烧时形成三层火焰，内层的温度约为  $300^{\circ}\text{C}$ ，中层的温度约为  $400^{\circ}\text{C}$ ，外层的温度约为  $500^{\circ}\text{C}$ 。请你写出内、中、外三层火焰的温度比。（用最简单的整数比表示）

## 六、比的应用

题型一：已知两个量的比和它们的和，求各部分的量

方法①平均分法：先求出总份数，然后求出每份是多少，最后求出各部分量。

$$\text{总数量} \div \text{总份数} = \text{每份的数量}$$

$$\text{每份的数量} \times \text{各部分对应的份数} = \text{各部分的数量}$$

方法②分率法：按比例分配通常把总量看作单位“1”，即把比转化成分数。先求出各部分量占总数量的几分之几，再用总数量分别乘几分之几。

$$\text{总数量} \times \frac{\text{各部分份数}}{\text{总份数}} = \text{各部分的数量}$$

方法③用和倍问题的方法解，可列算式或列方程。

例：东东按巧克力和牛奶 1:4 的比例配制了一瓶 500mL 的巧克力牛奶，其中巧克力和牛奶的体积分别是多少？

方法①总份数：1+4=5（份）

求出每份的数量：500÷（1+4）=100（mL）

巧克力有 1 份：100×1=100（mL）

牛奶有 4 份：100×4=400（mL）

方法②

巧克力占  $\frac{1}{1+4}$ ：500× $\frac{1}{1+4}$ =100（mL）

牛奶占  $\frac{4}{1+4}$ ：500× $\frac{4}{1+4}$ =400（mL）

方法③（1）巧克力是牛奶的 $\frac{1}{4}$ ，牛奶 500÷（1+ $\frac{1}{4}$ ）=400（mL），巧克力 500-400=100（mL）

（2）解：设每份的数量为 XmL，则巧克力的体积为 XmL，牛奶的体积为 4XmL。

$$X+4X=500$$

$$X=100$$

牛奶的体积：100×4=400（mL）

## 跟踪练习

①小明家有 4 个人，晓东家有 5 个人，他们一起出去春游，两家一共花费了 720 元，他们决定按人数分摊费用，那两家分别要付多少钱？

②甲、乙、丙三人一起合作头子某工厂，甲投资 600 万元，乙投资 1000 万元，丙投资 800 万元。

(1) 工厂去年可分配利润为 480 万元，按投资额分配，甲乙丙三人各应获得多少万元？

(2) 今年甲按投资额分配到的利润是 150 万元，那么乙和丙各应获得多少万元？

③一块长 15m，宽 4m 的长方形菜地要种三种蔬菜，西红柿占菜地总面积的  $\frac{2}{5}$ ，剩下的地按 2:1 的比种白菜和黄瓜，白菜和黄瓜分别要种多少平方米？

题型二：已知两个量的比和它们的差，求总量或求各部分的量

方法①平均分法：把比看成份数比，用相差的量除以相差的份数求出每份的数量，再用每份的数量乘对应的份数。

相差的量  $\div$  相差的份数 = 每份的数量

每份的数量  $\times$  各部分对应的份数 = 各部分的数量

每份的数量  $\times$  总份数 = 总数量

方法②分率法：找准单位“1”，根据相差的量  $\div$  相差的量占单位“1”的分率 = 单位“1”的量，可求出各部分的量或总量。

方法③列方程：可根据等量关系列方程。

例：已知甲-乙=12，甲:乙=4:1，则甲和乙各是多少？

方法①

每份的量：12  $\div$  (4-1) = 4

甲有 4 份：4  $\times$  4 = 16

乙有 1 份：4  $\times$  1 = 4

方法②

把甲看作单位“1”

12 占单位“1”的  $(1 - \frac{1}{4})$

甲为 12  $\div$   $(1 - \frac{1}{4})$  = 16

乙为 16 - 12 = 4

方法③解：设每份的数量为 X，则甲为 4X，乙为 X。

$$4X - X = 12$$

$$X = 4$$

$$\text{甲: } 4 \times 4 = 16$$

### 跟踪练习

①公园里的柳树比杨树多 12 棵，柳树与杨树的棵树比是 5:3，求柳树和杨树各有多少棵？

②小明家买大米、面粉、零食的比是 8:1:1，其中大米比面粉多 21 袋。求这三样一共多少袋？

③小明和爷爷的年龄比是 1:6，小明比爷爷小 50 岁，小明和爷爷的年龄和是多少？

### 题型三：已知各部分的量的比与其中一个部分量，求其它的部分量用份数

方法：把比看成份数比，用已知的量除以已知量对应的份数求出每份的数量，再用每份的数量乘所求量对应的份数。

$$\text{已知量} \div \text{已知量对应的份数} = \text{每份的数量}$$

$$\text{每份的数量} \times \text{所求量对应的份数} = \text{所求部分的数量}$$

例如：甲、乙两个房间的面积比是 3:5，乙方间的面积是 20 平方米，甲方间的面积是多少平方米？

$$\text{每份的数量：} 20 \div 5 = 4$$

$$\text{乙房间有 3 份：} 4 \times 3 = 12 \text{ 平方米}$$

### 跟踪练习

①小明的妈妈自制米酒，甜酒曲和糯米的比是 2:125，现在有 750 克糯米，需要加甜酒曲多少克？

②碘和酒精按照 1:50 的比例混合配制成碘酒，现有 35g 碘，能配置这样的碘酒多少克？

③参加书法比赛的男生和女生的比是 14:17，其中男生有 28 人，那么女生有多少人？

### 题型四：几何问题的按比分配

①赵老师用 60cm 长的铁丝围成一个长方形教具，围成的长方形教具的长和宽的比是 3:2。求这个长方形教具的长和宽分别是多少厘米。（铁丝无剩余。）

②一个长方体的棱长总和是 80 厘米，长与宽的比是 5: 3，高是宽的 $\frac{2}{3}$ ，这个长方体的体积是多少立方厘米？

③一个等腰三角形的周长是 40 米，它的一条腰与底边的比为 3: 4，这个三角形的底边长多少米？

**题型五：局部变，和不变；和变，局部不变**

①哥哥和弟弟原有钱之比为 7: 5，如果哥哥给弟弟 520 元之后，弟弟和哥哥的钱数之比为 4: 3，现在哥哥多少钱？

②有三箱水果共重 60 千克，如果从第一、第二箱各拿出 3 千克放入第三箱中，则三箱重量之比是 1: 2: 3，求三箱水果原来各重多少千克？

③某车间女工人数和男工人数的比是 3: 4，后来调走男工 24 人，这时男工人数和女工人数的比是 4: 5，这个车间现在有男工多少人？

④甲乙两个仓库原有粮食的质量比是 5: 4，甲仓库运走 36t 后，甲乙两个仓库的粮食质量比是 3: 4，甲仓库原来有多少吨粮食？

## 跟踪练习答案

### 一、求比值

$\frac{3}{4}$ 、 $\frac{7}{8}$ 、64、 $\frac{2}{3}$ 、40、10、 $\frac{1}{2}$

### 二、求比中未知项

8、 $\frac{4}{25}$ 、 $\frac{3}{2}$ 、150、 $\frac{8}{9}$

### 三、比的基本性质

①18、50、25、0.6

②24、15、10、1.2

③44乘65 $\frac{1}{2}$ 、5、2

### 四、化简比

#### 类型一

27:14、12:5、9:4、4:3、5:6

#### 类型二

7:2、8:9、15:14、8:7、2:1

#### 类型三

4:3、2:21、2:3、1:40、1:30

#### 类型四

8:7、4:3、21:5、1:1、4:3

#### 类型五

1:42、12:1、80:1、35:1、1:30

#### 类型六

1:50、9:10、8:1、13:10、1:8

#### 类型七

1:1、5:18、50:3、8:5

### 五、求连比

①甲:乙:丙=10:12:9

②甲数:乙数=3:10=6:20

乙数:丙数=4:9=20:45

甲数:乙数:丙数=6:20:45

③300:400:500=1:3:5

### 六、比的应用

#### 题型一

①小明家:  $720 \times \frac{4}{4+5} = 320$  (元)

晓东家:  $720 \times \frac{5}{4+5} = 400$  (元)

②(1) 600:1000:800=3:5:4

甲:  $480 \times \frac{3}{3+4+5} = 120$  (万元)

乙:  $480 \times \frac{5}{3+4+5} = 200$  (万元)

丙:  $480 \times \frac{4}{3+4+5} = 160$  (万元)

(2) 今年总利润  $150 \div \frac{3}{3+4+5} = 600$  (万元)

乙:  $600 \times \frac{5}{3+4+5} = 250$  (万元)

丙:  $600 \times \frac{4}{3+4+5} = 200$  (万元)

③总面积  $15 \times 4 = 60$  (平方米)

西红柿的面积  $60 \times \frac{2}{5} = 24$  (平方米)

剩下的面积  $60 - 24 = 36$  (平方米)

白菜的面积  $36 \times \frac{2}{2+1} = 24$  (平方米)

黄瓜的面积  $36 \times \frac{1}{2+1} = 12$  (平方米)

#### 题型二

①  $12 \div (5-3) = 6$  (棵)

柳树  $6 \times 5 = 30$  (棵)

杨树  $6 \times 3 = 18$  (棵)

②  $21 \div (8-1) = 3$

$3 \times (8+1+1) = 30$  (袋)

③  $50 \div (6-1) \times (6+1) = 70$  (岁)

或  $50 \div (\frac{6}{1+6} - \frac{1}{1+6}) = 70$  (岁)

#### 题型三

①  $750 \div 125 \times 2 = 12$  (克)

②每份的数量  $35 \times 1 = 35$ ,  $50 \times 35 = 1750$  (g)

$1750 + 35 = 1785$  (g)

③  $28 \div 14 \times 17 = 34$  (人)

#### 题型四

①  $60 \div 2 = 30$  (cm)

$30 \times \frac{3}{3+2} = 18$  (cm)

$30 \times \frac{2}{3+2} = 12$  (cm)

②  $80 \div 4 = 20$  (厘米)

长: 宽: 高 = 5: 3:  $(3 \times \frac{3}{5}) = 5: 3: 2$

$20 \div (5+3+2) = 2$  (厘米)

长  $2 \times 5 = 10$  (厘米)

宽  $2 \times 3 = 6$  (厘米)

高  $2 \times 2 = 4$  (厘米)

体积  $10 \times 6 \times 4 = 240$  (立方厘米)

③  $40 \times \frac{4}{3+3+4} = 16$  (米)

#### 题型五

①总钱数不变, 假设总钱数为单位“1”

原来哥哥的钱占总钱数的  $\frac{7}{7+5} = \frac{7}{12}$

现在哥哥的钱占总钱数的  $\frac{3}{4+3} = \frac{3}{7}$

总钱数  $520 \div (\frac{7}{12} - \frac{3}{7}) = 3360$  (元)

现在哥哥的钱  $3360 \times \frac{3}{7} = 1440$  (元)

②第一箱  $60 \times \frac{1}{1+2+3} + 3 = 13$  (kg)

第二箱  $60 \times \frac{2}{1+2+3} + 3 = 23$  (kg)

第三箱  $60 \times \frac{3}{1+2+3} - 6 = 24$  (kg)

③女工人数不变, 女工人数为单位“1”

原来男工人数占女工人数  $\frac{4}{5}$

现在男工人数占女工人数  $\frac{4}{5}$

女工人数  $24 \div (\frac{4}{3} - \frac{4}{5}) = 45$  (人)

男工人数  $45 \times \frac{4}{5} = 36$  (人)

④乙仓库不变, 乙为单位“1”

原来甲占乙  $\frac{5}{4}$

现在甲占乙  $\frac{3}{4}$

乙  $36 \div (\frac{5}{4} - \frac{3}{4}) = 72$  (t)

甲  $72 \times \frac{5}{4} = 90$  (t)