# 第03讲 等式与不等式的性质

**目录**

[**01 常考题型过关练**](#_Toc17943)

题型01作差法、作商法比较两数（式）的大小

题型02 利用不等式的性质判断命题真假

题型03 利用不等式的性质证明不等式

题型04 利用不等式的基本性质求代数式的取值范围

题型05 不等式的综合

[**02 核心突破提升练**](#_Toc20184)

[**03 真题溯源通关练**](#_Toc5699)

# 

## 01 作差法、作商法比较两数（式）的大小

1．（多选）若，那么下列不等式一定成立的是（   ）

A． B． C． D．

2．假设买水两次，两次买水的价格有变动，第一次*a*元/瓶，第二次*b*元/瓶，有以下两种方案买水（假设十元钱刚好能买到整数瓶水），方案一：每次买十元钱的水，买两次；方案二：每次买十瓶水，买两次．则下列说法正确的是（    ）

A．用两种买水方案买水的花费一样

B．用“方案二”买水比较划算

C．用“方案一”买水比较划算

D．用哪种方案买水比较划算与*a*，*b*的大小有关

3．每次去加油站，甲选择加固定金额的油，乙选择加固定体积的油．在油价的波动情况下，哪种方式更经济呢？（    ）

A．加固定金额的方式 B．加固定体积的方式 C．两种方案一样 D．要视具体价格而定

4．两人共同参加一个游戏，游戏规则如下：其中一人在集合（，且）中任取2个元素并求和，剩下2个元素给另一个人并求和，和大者为胜.则先取者取下列哪2个元素能够保证先取者必胜（    ）

A．， B．， C．， D．，

5．若，求证：．

## 02 利用不等式的性质判断命题真假

6．若，，则（   ）

A． B． C． D．

7．若，，为非零实数，且，，则（    ）

A． B． C． D．

8．下列命题是假命题的为（   ）

A．若，则 B．若，则

C．若且，则 D．若，则

9．（多选）已知，则（    ）

A． B．

C． D．

10．（多选）若，且，则（   ）

A． B． C． D．

## 03 利用不等式的性质证明不等式

11．（多选）下列说法正确的有（　　）

A．若，则

B．若，则

C．若，则

D．若，则

12．（1）已知，，，求证：；

（2）证明：．

13．已知，．

(1)求证：；

(2)求证：．

14．设，，，证明：．

15．已知，且，求证：

16．已知糖水中有糖（），往糖水中加入糖（），（假设全部溶解）糖水更甜了.

(1)请将这个事实表示为一个不等式，并证明这个不等式.

(2)利用（1）的结论证明命题：“若在中*a*、*b*、*c*分别为角*A*、*B*、*C*所对的边长，则”

## 04 利用不等式的基本性质求代数式的取值范围

17．若，则的范围为（   ）

A． B．

C． D．

18．已知，，则的取值范围是（    ）

A． B． C． D．

19．（多选）已知且，则（   ）

A． B．

C． D．

20．若实数*x*，*y*满足，则的取值范围是 ；若实数*x*，*y*满足，则的取值范围是 ．

## 05 不等式的综合

21．****（2025·云南玉溪·二模）已知，，，则（   ）

A． B． C． D．

22．设集合，若，，且，，则（   ）

A． B．，

C． D．，

23．****（2025·浙江·模拟预测）若负实数满足：对于任意，总存在，使得，则的范围是（    ）

A． B． C． D．

24．已知实数满足．

(1)求和的取值范围；

(2)证明：．

25．求证：．

# 

1．（多选）已知，，则下列说法正确的是（   ）

A． B． C． D．

2．已知，则（    ）

A． B． C． D．

3．（2025·福建三明·三模）已知*a*，，则“”是“”的（    ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

4．（多选）在下列四个命题中，正确的是（    ）

A．若，则

B．若，，则

C．已知，，则

D．已知，若，，则

5．（2025·山西·二模）从坐标平面的四个象限中取若干点，这些点中横坐标为正数的点比横坐标为负数的点多，纵坐标为正数的点比纵坐标为负数的点少，则下列对这些点的判断一定正确的是（   ）

A．第一象限点比第二象限点多 B．第二象限点比第三象限点多

C．第一象限点比第三象限点少 D．第二象限点比第四象限点少

6．设，则*M*与*N*的大小关系是 ．

7．（多选）若，，，则（   ）

A． B．

C． D．

8．已知，且．

(1)求证：；

(2)求证：．

9．求证：．

# 

1．（2018·全国III卷·高考真题）设，，则

A． B．

C． D．

2．（2016·全国I卷·高考真题）若，，则

A． B． C． D．

3．（2015·浙江·高考真题）设，是实数，则“”是“”的

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件