# 第04讲 基本不等式及其应用

**目录**

[**01 常考题型过关练**](#_Toc17943)

题型01 直接法求最值

题型02 配凑法求最值

题型03 二次与二次（一次）的商式求最值

题型04 “1”的代换求最值

题型05 双换元法求最值

题型06 条件等式有和有积求最值

题型07 消元法求最值

题型08 多次使用基本不等式求最值

题型09 利用基本不等式解决实际问题

题型10 基本不等式与恒成立问题

题型11 基本不等式与对勾函数

题型12 多元均值不等式

题型13 基本不等式多选题的综合

[**02 核心突破提升练**](#_Toc20184)

[**03 真题溯源通关练**](#_Toc5699)

# 

## 01 直接法求最值

1．若，且，则（   ）

A．有最小值为 B．有最大值为

C．有最小值为 D．有最大值为

2．已知正数满足，则的最小值为 .

3．已知正数，满足，则的最大值是（   ）

A．4 B．6 C．1 D．2

4．若实数，满足，则的最小值是（ ）

A．18 B．6 C． D．

5．（2025·安徽·三模）“”是“”的（   ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

## 02 配凑法求最值

6．函数的最小值是（   ）

A．7 B．1 C．5 D．

7．已知，则的最小值为（   ）

A．3 B．4 C． D．6

8．已知，求的最大值为（    ）

A． B． C． D．

9．回答下面两题

(1)已知，求的最大值．

(2)设，求的最大值．

## 03 二次与二次（一次）的商式求最值

10．当时，求函数的最小值.

11．函数的值域是 ．

12．（多选）下列各式中，最小值是6的有（    ）

A． B． C． D．

13．关于的方程有两个相等的正根，则（    ）

A．有最大值 B．有最大值 C．有最小值 D．有最小值

14．已知，且，则的最小值是（    ）

A．6 B．8 C．14 D．16

15．已知，且，则最大值为 ．

## 04 “1”的代换求最值

16．（2025·河北石家庄·一模）已知，则的最小值为（    ）

A． B． C． D．

17．已知，且，则的最小值是（    ）

A．6 B．12 C． D．27

18．若随机变量，且，其中*m*，，则的最小值为（    ）

A． B． C． D．

19．已知，，且，则当取得最小值时，（   ）

A． B． C． D．1

20．正项等差数列中，，则的最小值为（   ）

A． B．5 C． D．6

21．已知，，，则的最小值为 .

## 05 双换元法求最值

22．若，，且，则的最小值为（    ）

A． B． C． D．

23．已知，，且，则的最小值为 ．

24．已知正数，，满足，则的最小值为（    ）

A． B． C． D．

25．已知，则的最大值为 ．已知，，且，则的最小值为

26．若，，，则的最小值为（   ）

A．16 B．18 C．20 D．22

## 06 条件等式有和有积求最值

27．已知，，且，则的最小值为（    ）

A．4 B．8 C．16 D．32

28．已知，，且，则下列说法正确的是（    ）

A． B． C． D．

29．已知，则的最小值是（    ）

A．0 B． C． D．1

30．设为正实数，若，，则的取值范围为（    ）

A． B． C． D．

## 07 消元法求最值

31．实数，，满足，则的最小值为（   ）

A．1 B．0 C． D．

32．若正数*a*，*b*满足，则的最小值是（    ）

A．15 B．18 C．24 D．36

33．已知，且是方程的一个根，则的最小值是（   ）

A． B．4 C．2 D．8

34．已知，满足，则的最小值是（   ）

A． B． C． D．

35．若实数，满足，则的最小值为 .

36．设正实数满足，则当取得最大值时，的最大值为（    ）

A．9 B．1 C． D．4

## 08 多次使用基本不等式求最值

37．（2025·天津红桥·一模）已知，则的最小值为（    ）

A． B． C．4 D．2

38．函数的最小值为（ ）

A． B． C． D．

39．是不同时为0的实数，则的最大值为 ．

40．已知，且，则的最小值为 ，此时 ．

## 09 利用基本不等式解决实际问题

41．一批货物随17列货车从*A*市以的速度匀速直达*B*市，已知两地铁路线长，为了安全，两列货车的间距不得小于，那么这批货物全部运到*B*市，最快需要（   ）

A． B． C． D．

42．道路通行能力指单位时间（1小时）内通过道路上指定断面的最大车辆数，是度量道路疏导交通能力的指标.同时为了行驶安全，车辆之间必须保持一定的安全距离.为了研究某城市道路通行能力，现给出如下假设：

假设1：车身长度均为4.8米；

假设2：所有车辆以相同的速度（单位：千米／小时）匀速行驶；

假设3：安全距离（单位：米）与车辆速度近似满足.

该城市道路通行能力的最大值约为 .（结果保留整数）

43．年冬天新冠疫情卷土重来，我国大量城市和地区遭受了奥密克戎新冠病毒的袭击.为了控制疫情，某单位购入了一种新型的空气消毒剂用于环境消毒，已知在一定范围内，每喷洒个单位的消毒剂，空气中释放的浓度（单位：毫克/立方米）随着时间（单位：小时）变化的关系如下：当时，；当时，.若多次喷洒，则某一时刻空气中的消毒剂浓度为每次投放的消毒剂在相应时刻所释放的浓度之和.由实验知，当空气中消毒剂的浓度不低于毫克立方米时，它才能起到杀灭空气中的病毒的作用.

(1)一次喷洒个单位的消毒剂，则有效杀灭时间可达几小时？

(2)若第一次喷洒个单位的消毒剂，小时后再喷洒个单位的消毒剂，要使接下来的小时中能够持续有效消毒，试求的最小值．（精确到，参考数据：取）

44．某工厂某种产品的年固定成本为250万元，每生产千件，需另投入的成本为.当年产量不足80千件时，（万元）；当年产量不小于80千件时，（万元）.每件商品的售价为0.05万元.通过市场分析，该厂生产的商品能全部售完.

(1)写出年利润（万元）关于年产量（千件）的函数解析式；

(2)当年产量为多少千件时，该厂在这一商品的生产中所获利润最大?

## 10 基本不等式与恒成立问题

45．若关于*x*的不等式对任意恒成立，则正实数*a*的可能值为（    ）

A．4 B．5 C．6 D．7

46．已知，，若不等式恒成立，则实数的最大值为（    ）

A．64 B．25 C．13 D．12

47．已知实数且，若恒成立，则满足条件的整数的个数是（    ）

A．2 B．3 C．4 D．5

48．已知，，且，若不等式恒成立，则的最大值为 .

49．若不等式对一切正数*x*，*y*恒成立，则实数*t*的取值范围为 .

50．已知函数为偶函数．

(1)求的值；

(2)若恒成立，求实数的取值范围．

## 11 基本不等式与对勾函数

51．已知，则的最小值为（    ）

A．1 B． C．2 D．

52．函数的值域为 ．

53．“”是“在上恒成立”的（    ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

54．若，不等式恒成立，则的取值范围为 ．

55．（多选）已知函数在上的最大值比最小值大1，则正数的值可以是（    ）

A．2 B． C． D．

## 12 多元均值不等式

56．函数的最小值为 ．

57．已知正数满足,则的最大值是（    ）

A． B． C． D．

58．已知，则的最小值为 ．

59．设*a*，*b*，*c*均为正数，求证：．

## 13 基本不等式多选题的综合

60．（2025·浙江·三模）（多选）已知，，则下列说法正确的是（   ）

A．若，则

B．的最小值为1

C．若，则的最小值为8

D．若恒成立，则的最小值为

61．（多选）已知正数满足，则（   ）

A．的最小值为 B．的最小值为

C．的最小值为 D．的最小值为

62．（多选）已知实数，满足，则下列结论正确的是（   ）

A． B．

C．的最小值为 D．的最大值为

63．（多选）已知且满足，则下列结论正确的是（    ）

A． B． C． D．

64．（多选）已知，，，则（    ）

A． B． C． D．

# 

1．若正实数满足：则最小值是 .

2．集合中最小的元素是 .

3．已知函数，，若，则的最小值为（　　）

A．9 B． C．3 D．

4．定义在上的奇函数和偶函数满足，则的最小值为（   ）

A．2 B． C． D．

5．对一切*x*，，都有，则实数*a*的最小值是（   ）

A．8 B．9 C．10 D．前3个答案都不对

6． ****记为两数的最大值，当正数（）变化时，的最小值为（ ）

A．3 B．4 C．5 D．6

7．已知：，求：

(1)的最小值；

(2)，恒成立，求实数的取值范围.

8．若正实数满足，则的最大值是（    ）

A． B． C． D．

9．当时，恒成立，则的取值范围是（    ）

A． B． C． D．

# 

1．（2025·北京·高考真题）已知，则（   ）

A． B．

C． D．

2．（2025·上海·高考真题）设，则的最小值为 ．

3．（2020·天津·高考真题）已知，且，则的最小值为 ．

4．（2020·江苏·高考真题）已知，则的最小值是 ．