2025 年全省创新协同中心初三调研统一测试

数 学 样 卷（一）

本卷共有六大题，23 小题，满分 120 分，考试时间 120 分钟．

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分．共 18 分）

1. 截至 2021 年 1 月 3 日 6 时，我国“ 天问一号”火星探测器已经在轨飞行 163 天，飞行里程突破 4 千亿米，将数 4 千亿用科学记数法表示应为（　　）

A. 4×10^{11}　　B. 0.4×10^{11}　　C. 4×10^{9}　　D. 0.4×10^{8}

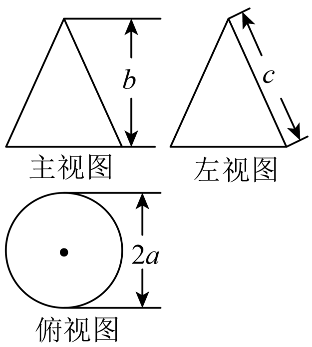
2. 窗花是我国传统民间艺术，下列窗花中，是轴对称图形的为（　　）

A. 
B. 
C. 
D. 

3. 下列运算正确的是（　　）

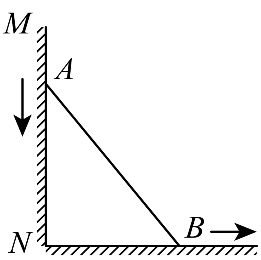
A. $3a+3b=6ab$　　B. $a^3-a=a^2$　　C. $(a^2)^3=a^6$　　D. $a^6\div a^3=a^2$

4. 如图是某几何体的三视图及相关数据，则下列各式正确的是（　　）

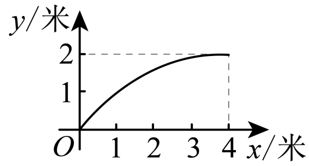


A. $a>c$　　B. $2a^2+b^2=c^2$　　C. $a^2+b^2=c^2$　　D. $4a^2+b^2=c^2$

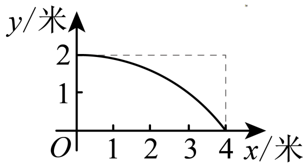
5. 如图，一根长为 米的竹竿 AB 斜立于墙 MN 的右侧，底端 B 与墙角 N 的距离为 米，当竹竿顶端 A 下滑 x 米时，底端 B 便随着向右滑行 y 米，反映 y 与 x 变化关系的大致图象是（　　）



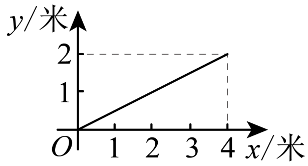
A.



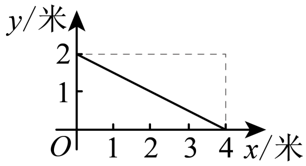
B.



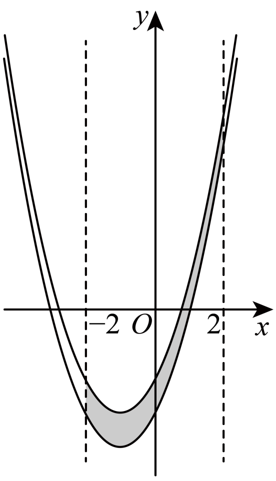
C.



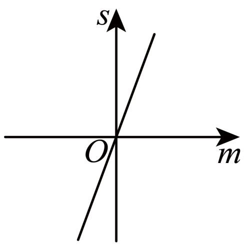
D.



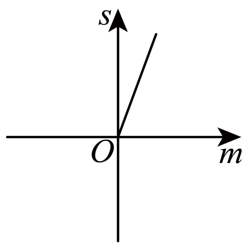
6. 如图，已知抛物线 $y=x^2+2x-3$，把此抛物线沿 y 轴向上平移，平移后的抛物线和原抛物线与经过点 $(-2,0)$，$(2,0)$ 且平行于 y 轴的两条直线所围成的阴影部分的面积为 s，平移的距离为 m，则下列图像中，能表示 s 与 m 的函数关系的大致图像是（　　）



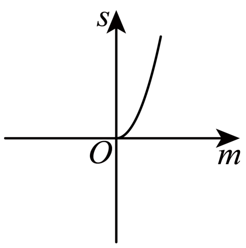
A.



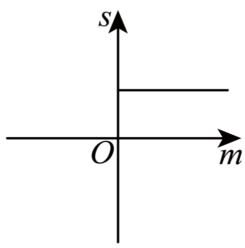
B.



C



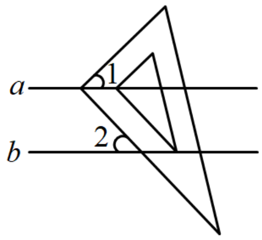
D.



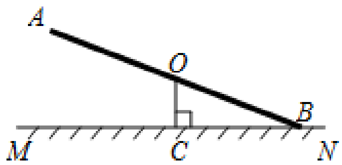
二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

7. 分解因式：$a^3-ab=$______.

8. 如图，直线 a 与直线 b 平行，将三角板的直角顶点放在直线 a 上，若 $\angle 1=40^\circ$，到 $\angle 2=$__°.



9. 如图，O 为跷跷板 AB 的中点，支柱 OC 与地面 MN 垂直，垂足为点 C，且 OC=50cm，当跷跷板的一端 B 着地时，另一端 A 离地面的高度为______cm.



10. 我国明代数学家程大位的名著《直接算法统宗》里有一道著名算题：“ 一百馒头一百僧，大僧三个更无争，小僧三人分一个，大小和尚各几丁？ ”意思是：有 100 个和尚分 100 个馒头，正好分完；如果大和尚一人分 3 个，小和尚 3 人分一个，试问大、小和尚各几人？设大、小和尚各有 x，y 人，则可以列方程组________.

11. 已知关于 x 的方程 $kx^2-x-\frac{2}{k}=0$，若方程的两个实数根都是整数，则整数 k 的值为__________.

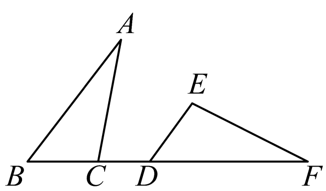
12. 已知抛物线 $y=-0.25x^2-x$，M 是抛物线上一动点，以点 M 为圆心，1 个单位长度为半径作 $\odot M$．当 $\odot M$ 与 x 轴相切时，点 M 的坐标为________.

三、解答题 1：本大题共 5 小题，没小图 6 分，共 30 分.

13. （1）$2\sin 60^\circ+(3.14-\pi)^0-\sqrt{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$；

（2）求不等式组：$\begin{cases}3x+4>5x-2\\ x\geq \frac{1}{3}x-\frac{4}{3}\end{cases}$□ 的所有整数解的和.

14. 如图，点 C、D 在线段 BF 上，$AB\parallel DE$，$AB=FD$，$\angle A=\angle F$，求证：$BC=DE$．



15. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 是边 AB 中点，请仅用无刻度的直尺，分别按下列要求画图（保留画图痕迹）.

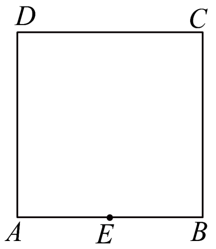


图1

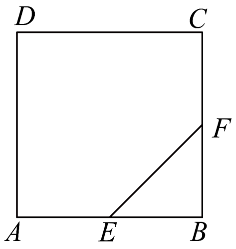


图2

（1）在图 1 中，画出以 AB 为底边的等腰 $\triangle ABF$，且 $S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}S_{正方形ABCD}$；

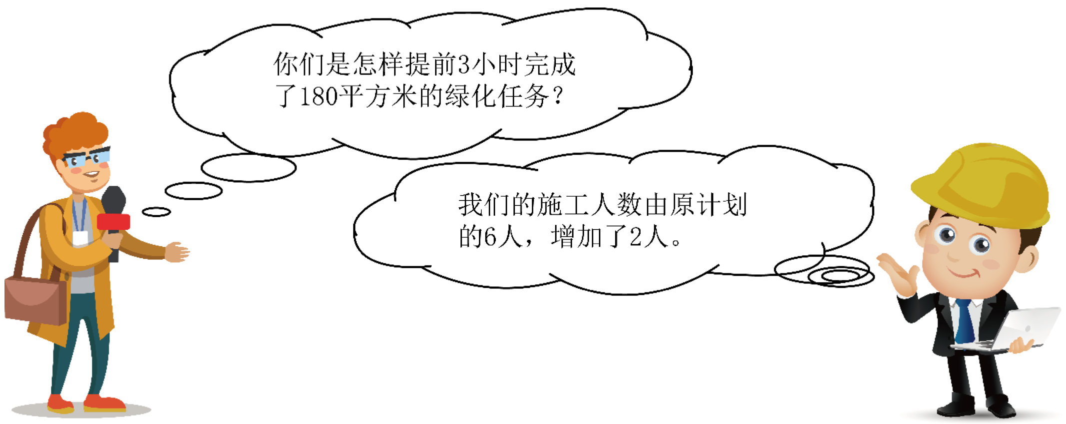
（2）在图 2 中，已知 F 是 BC 中点，请画出以 EF 为边的正方形 $EFGH$，且 $S_{正方形EFGH}=\frac{1}{2}S_{正方形ABCD}$.

16. A、B、C 三人玩篮球传球游戏，游戏规则是：第一次传球由 A 将球随机地传给 B、C 两人中的某一人，以后的每一次传球都是由上次的传球者随机地传给其他两人中的某一人.

（1）求两次传球后，球恰在 B 手中的概率；

（2）求三次传球后，球恰在 A 手中的概率.

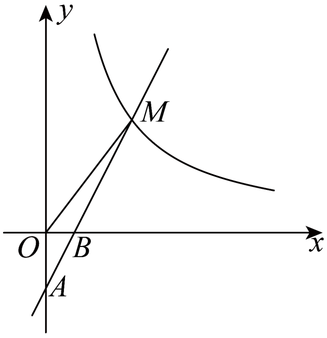
17. 一支园林队进行某区域的绿化，在合同期内高效地完成了任务，这是记者与该工程师的一段对话：



如果每人每小时绿化面积相同，请通过这段对话，求每人每小时的绿化面积.

四、解答题 2：本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分.

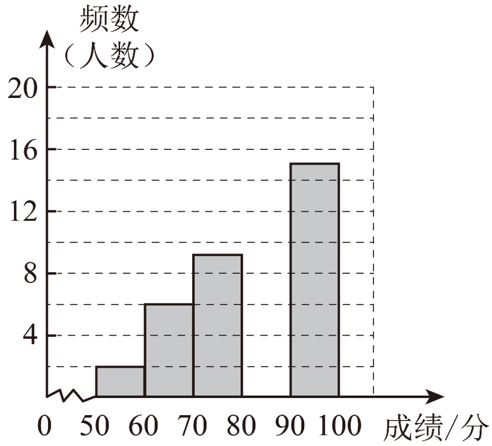
18. 如图，在平面直角坐标系 xoy 中，一次函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的图像经过 $A\left(0,-2\right)$，$B\left(1,0\right)$ 两点，与反比例函数 $y=\frac{m}{x}\left(m\neq 0\right)$ 的图像在第一象限内交于点 M，若 $\triangle OBM$ 的面积是 2.



（1）求一次函数和反比例函数 解析式；

（2）若点 P 是 x 轴上一点，且满足 $\triangle AMP$ 是以 AM 为直角边的直角三角形，请直接写出点 P 的坐标.

19. 为加强学生对新冠肺炎防护知识的了解，某校 500 名学生在线参与作答《2020 年新冠肺炎病毒的防护全国统一考试（全国卷）》试卷（满分为 100 分），答题后发现所有的学生成绩均不低于 50 分．为了更好地了解本次答卷的成绩情况，随机抽取了其中若干名学生的成绩（成绩取整数）作为样本进行整理，得到下列不完整的统计图表：



成绩 x/分	频数	频率
$50\le x<60$	2	0.04
$60\le x<70$	6	0.12
$70\le x<80$	9	b
$80\le x<90$	a	0.36
$90\le x<100$	15	0 30

请根据所给信息，解答下列问题：

（1） $a=$__________，$b=$__________；

（2）请补全频数分布直方图；

（3）这次在线答题成绩的中位数将会落在__________分数段；

（4）若成绩在 90 分以上（包括 90 分）的为“ 优”等，则全校学生参加这次在线答题的学生中“ 优”等的约有多少人？

20. 图 1 是一种柜厢可收纳的货车，图 2，图 3 是其柜厢横截面简化示意图，忽略柜厢板的厚度，由上、下厢板 EF，AB，可对折侧厢板 AC，EC，BD，FD 组成，已知 $AB=220\text{cm}$．当厢板收起时，EF 恰好与 AB 重合，点 C，D 重合均落在 AB 中点处，当厢板升起过程中，有 $\angle CAB=\angle DBA$．

图1

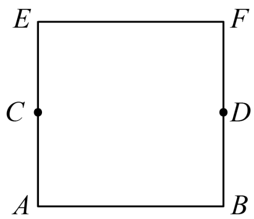


图2

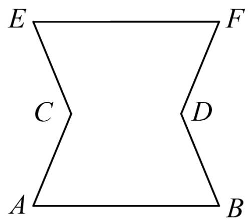


图3

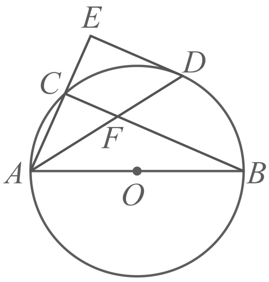
（1）如图 2，当上厢板 EF 从重合到完全升起到 $\angle CAB=90°$ 时，求点 C，D 在此过程中运动的路程总长；

（2）如图 3，当上厢板 EF 升起到 $\angle CAB=70°$ 时，求此时点 C，D 之间的距离．

（参考数据：$\pi\approx3.14$，$\sin70°\approx0.94$，$\cos70°\approx0.34$，$\tan70°\approx2.75$，结果保留整数）

五、（本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分）

21. 如图，$\triangle ABC$ 内接于$\odot O$，AB 为直径，点 D 在$\odot O$ 上，过点 D 作$\odot O$ 切线与 AC 的延长线交于点 E，$ED\parallel BC$，连接 AD 交 BC 于点 F．



（1）求证：$\angle BAD=\angle DAE$；

（2）若 $AB=6$，$AD=5$，求 DF 的长．

22. 阅读下面材料：某同学遇到这样一个问题：如图 1，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，BE 是 AC 边上的中线，点 D 在 BC 边上，$CD:BD=1:2$，AD 与 BE 相交于点 P，求 $\dfrac{AP}{PD}$ 的值．他发现，过点 A 作 $AF\parallel BC$，交 BE 的延长线于点 F，通过构造$\triangle AEF$，经过推理和计算能够使问题得到解决（如图 2）．

请回答：

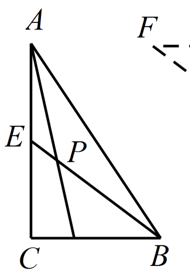


图1

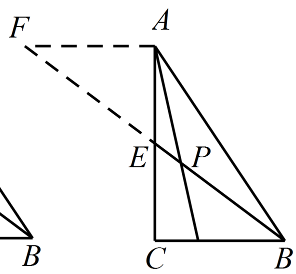


图2

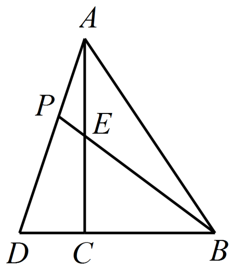


图3

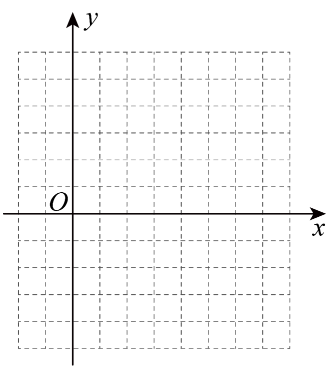
（1）$\dfrac{AP}{PD}$ 的值为__________.

（2）参考这个同学思考问题的方法，解决问题：如图 3，在 ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，点 D 在 BC 的延长线上，AD 与 AC 边上的中线 BE 的延长线交于点 P，$DC:BC:AC=1:2:3$，求 $\dfrac{AP}{PD}$ 的值__________；

（3）在（2）的前提下，若 $CD=2$，则 $BP=$ __________.

六、（本大题共 12 分）

23. 已知抛物线 $L_1: y=-x^2+6x+m$ 的顶点为点 P，抛物线 L_1 关于直线 l：$y=n$ 对称的抛物线记为 L_2，点 Q 为抛物线为 L_2 的顶点，改变 n 的值，点 Q 的位置会发生变化，在变化过程中，发现当 $n=2$ 时，点 Q 恰好落在 x 轴上.



备用图

（1）则点 P 的坐标为__________，$m=$__________；

（2）求抛物线 L_2 的解析式；

（3）如果抛物线 L_1 与 L_2 相交于点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，且 $x_1<x_2$.

①直接写出 n 的取值范围：__________；

②求四边形 $PAQB$ 的面积 S（用含 n 的式子表示）;

③当四边形 $PAQB$ 为正方形时，求 n 的值.

2025 年全省创新协同中心初三调研统一测试

数 学 样 卷（一）

本卷共有六大题，23 小题，满分 120 分，考试时间 120 分钟．

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分．共 18 分）

1. 截至 2021 年 1 月 3 日 6 时，我国“ 天问一号”火星探测器已经在轨飞行 163 天，飞行里程突破 4 千亿米，将数 4 千亿用科学记数法表示应为（　　）

A. 4×10^{11}　　　　B. 0.4×10^{11}　　　　C. 4×10^{9}　　　　D. 0.4×10^{8}

【答案】A

【解析】

【分析】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．

【详解】解：将数 4 千亿用科学记数法表示应为4×10^{11}．

故选：A．

2. 窗花是我国传统民间艺术，下列窗花中，是轴对称图形的为（　　）

A. 

B. 
C. 
D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据轴对称图形的概念：如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形．结合选项解答即可．

【详解】A、不是轴对称图形，故该选项错误；

B、不是轴对称图形，故该选项错误；

C、是轴对称图形，故该选项正确；

D、不是轴对称图形，故该选项错误．

故选：C．

【点睛】本题考查了轴对称图形的知识，解答本题的关键是掌握轴对称图形的概念：如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形．

3. 下列运算正确的是（　　）

A. $3a+3b=6ab$　　　　B. $a^3-a=a^2$　　　　C. $(a^2)^3=a^6$　　　　D. $a^6÷a^3=a^2$

【答案】C

【解析】

【分析】分别根据合并同类项法则、幂的乘方、同底数幂除法法则逐项进行计算即可得.

【详解】解：A、$3a$ 与 $3b$ 不是同类项，不能合并，不符合题意；

B、a^3 与 a 不是同类项，不能合并，不符合题意；

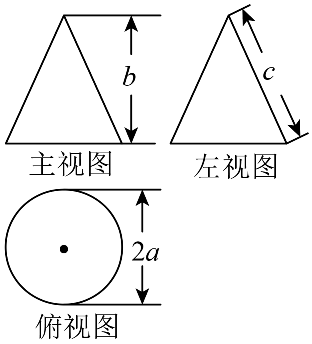
C、$(a^2)^3=a^6$，符合题意；

D、$a^6÷a^3=a^3$，不符合题意，

故选 C.

【点睛】本题考查了合并同类项、幂的乘方、同底数幂除法等运算，熟练掌握各运算的运算法则是关键.

4. 如图是某几何体的三视图及相关数据，则下列各式正确的是（　　）



A. $a>c$　　　　B. $2a^2+b^2=c^2$　　　　C. $a^2+b^2=c^2$　　　　D. $4a^2+b^2=c^2$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了由三视图判断几何体，勾股定理，熟悉相关性质是解题的关键．由三视图可知该几何体是圆锥；圆锥的高是 b，母线长为　，底面半径为 a，满足勾股定理，依此即可求解.

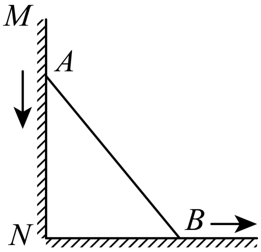
【详解】解：∵主视图与左视图都是等腰三角形，俯视图是圆，

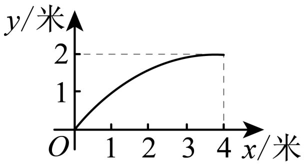
∴该几何体为圆锥，

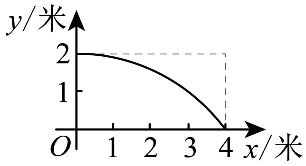
∵圆锥的高是 b，母线长为　，底面半径为 a，且满足勾股定理，则有 $a^2+b^2=c^2$，

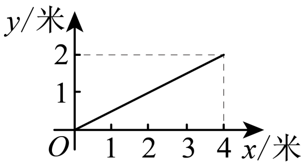
故选：C.

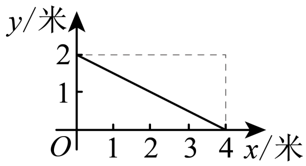
5. 如图，一根长为　米的竹竿 AB 斜立于墙 MN 的右侧，底端 B 与墙角 N 的距离为　米，当竹竿顶端 A 下滑 x 米时，底端 B 便随着向右滑行 y 米，反映 y 与 x 变化关系的大致图象是（　　）



A.


B.


C.


D.


【答案】A

【解析】

【分析】在直角三角形 ABN 中，利用勾股定理求出 AN 的长，进而表示出 A 点下滑时 AN 与 NB 的长，确定出 y 与 x 的关系式，即可做出判断．此题考查了动点问题的函数图象，解决本题的关键是读懂图意，列出 y 与 x 的函数解析式．

【详解】解：在 $\mathrm{Rt}\triangle ABN$ 中，$AB=5$ 米，$NB=3$ 米，

根据勾股定理得：$AN=\sqrt{AB^2-NB^2}=4$（米），

若 A 下滑 x 米，$AN=(4-x)$ 米，

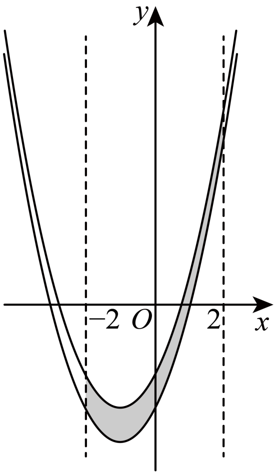
根据勾股定理得：$NB=\sqrt{5^2-(4-x)^2}=3+y$，

整理得：$y=\sqrt{25-(4-x)^2}-3$，

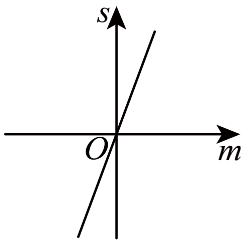
当 $x=0$ 时，$y=0$；当 $x=4$ 时，$y=2$，且不是直线变化的，

故选：A

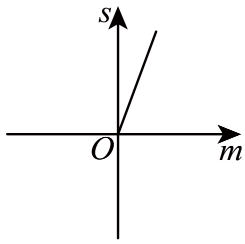
6. 如图，已知抛物线 $y=x^2+2x-3$，把此抛物线沿 y 轴向上平移，平移后的抛物线和原抛物线与经过点 $(-2,0)$，$(2,0)$ 且平行于 y 轴的两条直线所围成的阴影部分的面积为 s，平移的距离为 m，则下列图像中，能表示 s 与 m 的函数关系的大致图像是（　　）



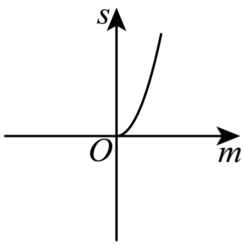
A.



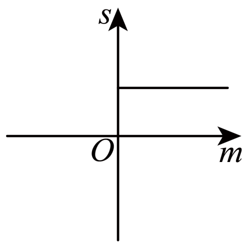
B.



C.



D.

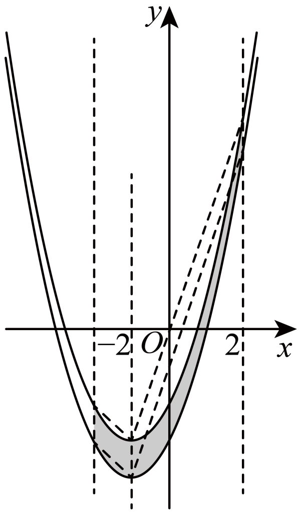


【答案】B

【解析】

【分析】此题考查了二次函数的平移和几何面积问题，根据题意得到阴影面积为两个平行四边形的面积之和，进而求解即可．

【详解】如图所示，



图中所求阴影的面积相对于抛物线 $y=x^2+2x-3$ 向上平移 m 个单位时，

抛物线在 $-2\le x\le 2$ 范围内扫过的面积，即两个平行四边形的面积之和，

∵抛物线的对称轴为直线 $x=-1$，

∴阴影的面积 $s=m+3m=4m$，

∵ $m\ge 0$，

∴能表示 S 与 m 的函数关系的图象大致是 B．

故选：B．

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

7. 分解因式：$a^3-ab=$______.

【答案】$a\left(a^2-b\right)$

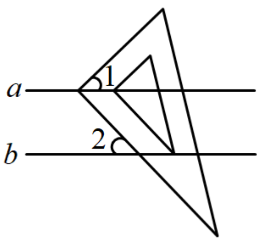
【解析】

【分析】确定公因式是 a，然后提取公因式即可．

【详解】解：$a^3-ab=a\left(a^2-b\right)$．

【点睛】本题考查提公因式法分解因式，本身是公因式的项提取公因式后还剩下因式 1 或 -1，不要漏项．

8. 如图，直线 a 与直线 b 平行，将三角板的直角顶点放在直线 a 上，若 $\angle 1=40°$，到 $\angle 2=$__°．



【答案】50

【解析】

【分析】先求出$\angle 3$，再根据平行线的性质即可解答.

【详解】解：$\because \angle 1=40^{\circ}$，

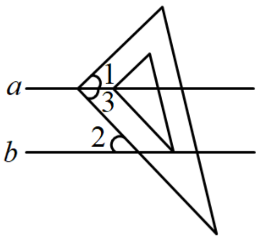
$\therefore \angle 3=90^{\circ}-40^{\circ}=50^{\circ}$，

$\because$直线 a 与直线 b 平行，

$\therefore \angle 2=\angle 3$，

$\therefore \angle 2=50^{\circ}$，

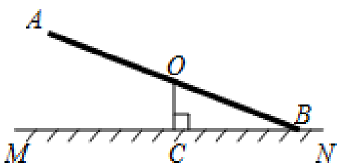
故答案为：50.



.

【点睛】本题考查了平行线的性质、三角板中的角度，熟练掌握平行线的性质是解答的关键.

9. 如图，O 为跷跷板 AB 的中点，支柱 OC 与地面 MN 垂直，垂足为点 C，且 OC=50cm，当跷跷板的一端 B 着地时，另一端 A 离地面的高度为______cm.



【答案】100

【解析】

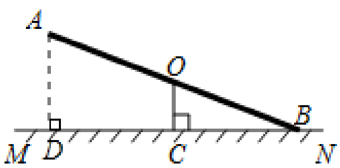
【详解】解：过点 A 作 $AD\perp MN$，垂足为 D，则$OC \parallel AD$，

$\therefore \dfrac{BO}{AO}=\dfrac{BC}{CD}$，

$\because$ O 为 AB 中点，

$\therefore$ C　BD 中点，

$\therefore AD=2OC=100$



故答案为：100

10. 我国明代数学家程大位的名著《直接算法统宗》里有一道著名算题：“ 一百馒头一百僧，大僧三个更无争，小僧三人分一个，大小和尚各几丁？ ”意思是：有 100 个和尚分 100 个馒头，正好分完；如果大和尚一人分 3 个，小和尚 3 人分一个，试问大、小和尚各几人？设大、小和尚各有 x，y 人，则可以列方程组________.

【答案】$\begin{cases}3x+\frac{1}{3}y=100\\x+y=100\end{cases}$

【解析】

【分析】分别利用大、小和尚一共 100 人以及馒头大和尚一人分 3 个，小和尚 3 人分一个，馒头一共 100 个分别得出等式得出答案.

【详解】解：设大、小和尚各有 x，y 人，则可以列方程组：

$$\begin{cases}3x+\frac{1}{3}y=100\\x+y=100\end{cases}.$$

故答案为：$\begin{cases}3x+\frac{1}{3}y=100\\x+y=100\end{cases}$.

【点睛】此题主要考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，正确得出等量关系是解题关键.

11. 已知关于 x 的方程 $kx^2-x-\frac{2}{k}=0$，若方程的两个实数根都是整数，则整数 k 的值为__________.

【答案】±1

【解析】

【分析】本题考查了因式分解法解一元二次方程．利用因式分解法解一元二次方程得到 $x_1=-\frac{1}{k}$，$x_2=\frac{2}{k}$，根据方程的两个实数根都是整数，即可求解.

【详解】解：根据题意可知，$k\neq0$，

$\because kx^2-x-\frac{2}{k}=0$，

$\therefore (kx+1)\left(x-\frac{2}{k}\right)=0$，

$\therefore kx+1=0$，$x-\frac{2}{k}=0$，

$\therefore x_1=-\frac{1}{k}$，$x_2=\frac{2}{k}$，

∵方程的两个实数根都是整数，

$\therefore k=\pm1$，

故答案为：±1.

12. 已知抛物线 $y=-0.25x^2-x$，M 是抛物线上一动点，以点 M 为圆心，1 个单位长度为半径作 $\odot M$．当 $\odot M$ 与 x 轴相切时，点 M 的坐标为________.

【答案】$(-2,1)$ 或 $\left(-2-2\sqrt{2},-1\right)$ 或 $\left(-2+2\sqrt{2},-1\right)$

【解析】

【分析】本题考查切线的性质，抛物线的性质，解一元二次方程，根据当 $\odot M$ 的半径是 1，$\odot M$ 与 x 轴相切，则 M 的纵坐标是 1 或 -1 即可求解.

【详解】解：∵ $\odot M$ 与 x 轴相切，

$\therefore M$ 到 x 轴的距离为 1，

当 $y=1$ 时，$-0.25x^2-x=1$，解得：$x_1=x_2=-2$，

$\therefore M(-2,1)$；

当 $y=-1$ 时，$-0.25x^2-x=-1$，解得：$x_1=-2-2\sqrt{2},x_2=-2+2\sqrt{2}$，

$\therefore$ 点 M 坐标为 $\left(-2-2\sqrt{2},-1\right)$ 或 $\left(-2+2\sqrt{2},-1\right)$；

故答案为：$(-2,1)$ 或 $\left(-2-2\sqrt{2},-1\right)$ 或 $\left(-2+2\sqrt{2},-1\right)$.

三、解答题 1：本大题共 5 小题，没小图 6 分，共 30 分.

13. （1）$2\sin60^\circ+(3.14-\pi)^0-\sqrt{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$；

（2）求不等式组：$\begin{cases}3x+4>5x-2\\ x\geq\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}\end{cases}$□ 的所有整数解的和.

【答案】（1）$\sqrt{3}-\sqrt{2}+3$；（2）0

【解析】

【分析】本题主要考查了含特殊角三角函数值的混合运算、求不等式组的整数解等知识点，掌握相关运算法则和方法成为解题的关键.

（1）先运用特殊角的三角函数值、零次幂、负整数次幂化简，然后计算即可；

（2）先分别求出各不等式的解集，进而确定不等式组的解集，最后确定所有整数解并求和即可．

【详解】解：（1）$2\sin60°+(3.14-\pi)^0-\sqrt{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+1-\sqrt{2}+2$

$=\sqrt{3}+1-\sqrt{2}+2$

$=\sqrt{3}-\sqrt{2}+3$；

（2）$\begin{cases}3x+4>5x-2① \\ x\geq\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}②\end{cases}$，

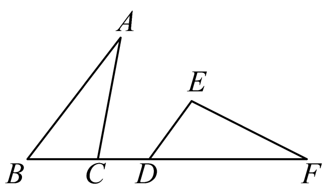
解不等式①可得：$x<3$，

解不等式②可得：$x\geq-2$，

所以该不等式组的解集为：$-2\leq x<3$，

所以该不等式组的整数解为：$-2,-1,0,1,2$，则所有整数解的和为 0.

14. 如图，点C、D在线段BF上，$AB\parallel DE$，$AB=FD$，$\angle A=\angle F$，求证：$BC=DE$．



【答案】证明见解析

【解析】

【分析】根据两直线平行，同位角相等，即可求得$\angle ABC=\angle FDE$，然后根据ASA即可判定$\triangle ABC\cong\triangle FDE$，根据全等三角形的对应边相等，即可证得$BC=DE$．

【详解】∵$AB\parallel DE$，

∴$\angle ABC=\angle FDE$，

在 ABC 和 FDE 中，

$\begin{cases}\angle A=\angle F \\ AB=FD \\ \angle ABC=\angle FDE\end{cases}$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FDE(ASA)$

$\therefore BC = DE$.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质与平行线的性质，熟练掌握全等三角形的判定与性质是解决问题的关键.

15. 如图，在正方形$ABCD$中，点E是边AB的中点，请仅用无刻度的直尺，分别按下列要求画图（保留画图痕迹）.

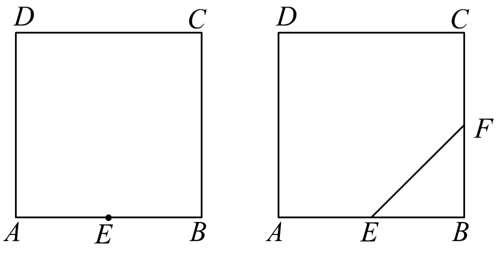


图1　　　　图2

（1）在图1中，画出以AB为底边的等腰$\triangle ABF$，且$S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}S_{正方形ABCD}$；

（2）在图2中，已知F是BC的中点，请画出以EF为边的正方形$EFGH$，且$S_{正方形EFGH}=\frac{1}{2}S_{正方形ABCD}$.

【答案】（1）见解析　　（2）见解析

【解析】

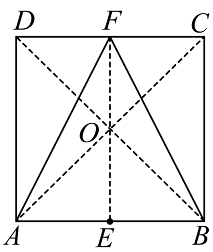
【分析】本题主要考查了正方形的性质，无刻度直尺画图，掌握正方形的性质成为解题的关键.

（1）如图（1）连接AC、BD相交于O，连接EO并延长交CD与F，连接AF、FB即可完成作图；

（2）如图（2）连接AC、BD相交于O，连接FO并延长交AD与H，连接EO并延长交CD与G，连接EH、HG、GF即可完成作图；

【小问1详解】

解：如图（1）：等腰$\triangle ABF$即为所求.



图(1)

$\because EF$是正方形$ABCD$的对称轴，

$\therefore AF = FB$，

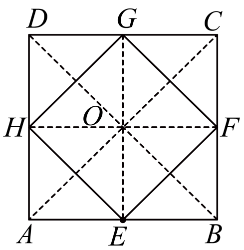
$\because S_{正方形ABCD}=AB\cdot AD$，$S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}AD\cdot AB$，

$\therefore S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}S_{正方形ABCD}$.

∴等腰$\triangle ABF$即为所求.

【小问2详解】

解：如图（2）：正方形$EFGH$即为所求.



图(2)

$\because S_{正方形ABCD}=4OE\cdot BE$，$S_{正方形HGFE}=4S_{\triangle EOF}=4\times\frac{1}{2}OE\cdot OF=4\times\frac{1}{2}OE\cdot BE=2OE\cdot BE$，

$\therefore S_{正方形EFGH}=\frac{1}{2}S_{正方形ABCD}$，即正方形$EFGH$即为所求.

16. A、B、C三人玩篮球传球游戏，游戏规则是：第一次传球由A将球随机地传给B、C两人中的某一人，以后的每一次传球都是由上次的传球者随机地传给其他两人中的某一人.

（1）求两次传球后，球恰在B手中的概率；

（2）求三次传球后，球恰在A手中的概率.

【答案】(1) $\frac{1}{4}$；(2) $\frac{1}{4}$.

【解析】

【详解】试题分析：(1)直接列举出两次传球的所有结果，球球恰在B手中的结果只有一种即可求概率；(2)画出树状图，表示出三次传球的所有结果，三次传球后，球恰在A手中的结果有2种，即可求出三次传球后，球恰在A手中的概率.

试题解析:

解：(1)两次传球的所有结果有4种，分别是A→B→C，A→B→A，A→C→B，A→C→A．每种结果发生的可能性相等，球球恰在B手中的结果只有一种，所以两次传球后，球恰在B手中的概率是$\frac{1}{4}$；

（2）树状图如下，

A

第一次　B　C

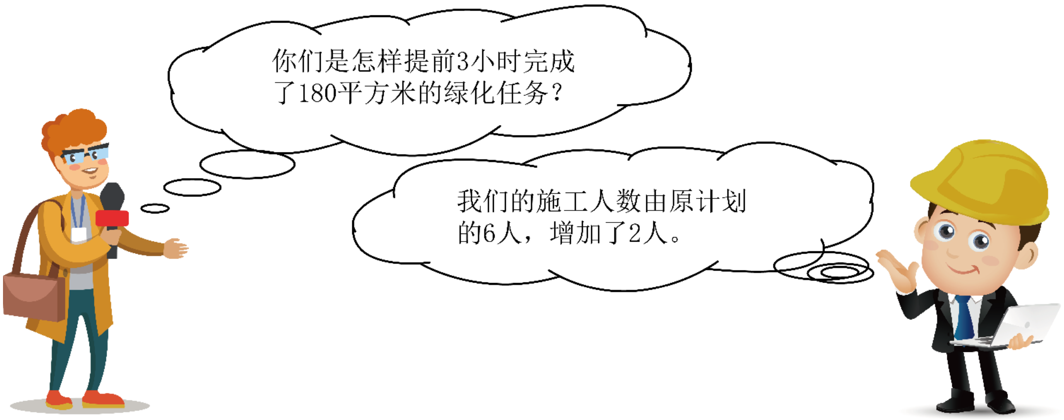
第二次　A　C　A　B

第三次　B　C　A　B　B　C　A　C

由树状图可知，三次传球的所有结果有 8 种，每种结果发生的可能性相等．其中，三次传球后，球恰在 A 手中的结果有 A→B→C→A，A→C→B→A 这两种，所以三次传球后，球恰在 A 手中的概率是 $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$．

考点：用列举法求概率．

17. 一支园林队进行某区域的绿化，在合同期内高效地完成了任务，这是记者与该工程师的一段对话：



如果每人每小时绿化面积相同，请通过这段对话，求每人每小时的绿化面积．

【答案】2.5 平方米

【解析】

【分析】本题主要考查了分式方程的应用，读懂题意、设出未知数、找出合适的等量关系，列方程是解答本题的关键．

设每人每小时的绿化面积为 x 平方米．然后根据对话内容列出分式方程求解即可．

【详解】解：设每人每小时　绿化面积为 x 平方米．

根据题意，得 $\frac{180}{6x}-\frac{180}{(6+2)x}=3$，

方程两边乘以 $24x$ 得：$180\times4-180\times3=72x$，

解得：$x=2.5$，

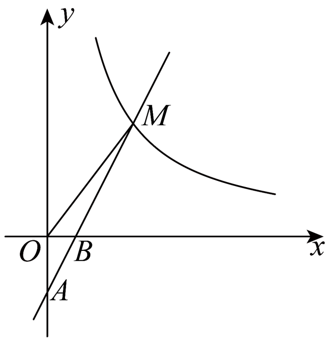
检验：当 $x=2.5$ 时，$24x=60\neq0$，

所以，原分式方程的解为 $x=2.5$.

答：每人每小时的绿化面积为 2.5 平方米.

四、解答题 2：本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分.

18. 如图，在平面直角坐标系 xoy 中，一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图像经过 $A(0,-2)$，$B(1,0)$ 两点，与反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}(m\neq 0)$ 的图像在第一象限内交于点 M，若 $\triangle OBM$ 的面积是 2.



（1）求一次函数和反比例函数的解析式；

（2）若点 P 是 x 轴上一点，且满足 $\triangle AMP$ 是以 AM 为直角边的直角三角形，请直接写出点 P 的坐标.

【答案】（1） $y=2x-2$， $y=\dfrac{12}{x}$

（2） $(11,0)$ 或 $(-4,0)$

【解析】

【分析】本题主要考查了一次函数与反比例函数的综合、反比例与几何的综合、等腰三角形的性质、解直角三角形等知识点，灵活运用相关性质定理成为解题的关键.

（1）先运用待定系数法可得 $y=2x-2$，设 $M(p,q)$，如图 1：作 $MD\perp x$ 轴于点 D. 再根据三角形的面积公式求得 $M(3,4)$，然后代入即可求得反比例函数解析式；

（2）分 $PM\perp AM$ 和 $PA\perp AM$ 两种情况，分别运用解直角三角形、坐标与图形即可解答.

【小问 1 详解】

解：∵直线 $y=kx+b$ 过 $A(0,-2)$，$B(1,0)$ 两点，

$\therefore\begin{cases}b=-2\\k+b=0\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=2\\b=-2\end{cases}$，

∴一次函数的表达式为 $y=2x-2$，

∴设 $M(p,q)$，如图 1：作 $MD\perp x$ 轴于点 D.

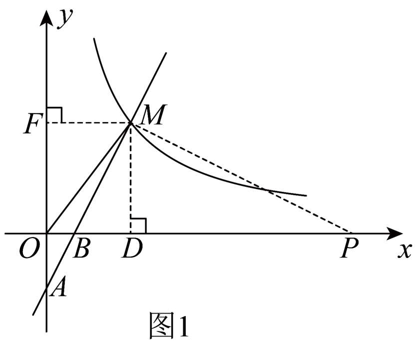


图1

∵ $S_{\triangle OBM}=2$,

∴ $\frac{1}{2}OB\cdot MD=2$，即 $\frac{1}{2}\times1\times q=2$，解得：$q=4$，

∴将 $M(p,4)$ 代入 $y=2x-2$ 得 $4=2p-2$，解得：$p=3$.

∵ $M(3,4)$ 在双曲线 $y=\frac{m}{x}(m\neq0)$ 上,

∴ $4=\frac{m}{3}$，解得：$m=12$.

∴反比例函数的表达式为：$y=\frac{12}{x}$.

【小问 2 详解】

解：①如图 1：当 $PM\perp AM$ 时，过点 $M(3,4)$ 作 $MP\perp AM$ 交 x 轴于点 P,

∵ $MD\perp BP$，

∴ $\angle PMD=\angle MBD=\angle ABO$.

∴ $\tan\angle PMD=\tan\angle MBD=\tan\angle ABO=\frac{OA}{OB}=2$，

∴在 $Rt\triangle PDM$ 中，$\frac{PD}{MD}=2$，

∴ $PD=2MD=8$，

∴ $OP=OD+PD=11$.

∴当 $PM\perp AM$ ，此时点 P 的坐标为 $(11,0)$.

②如图 2，当 $PA\perp AM$ 时，过点 $A(0,-2)$ 作 $AP\perp AM$ 交 x 轴于点 P,

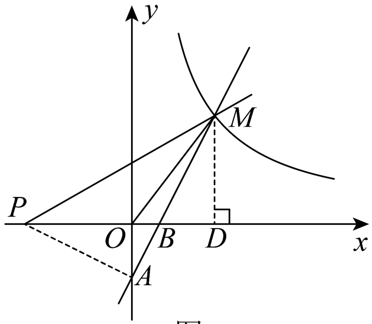


图2

$\because MD \perp BP$，

$\therefore \angle MBD = \angle ABO = \angle PAO$，

$\therefore \tan\angle PAO = \tan\angle MBD = \tan\angle ABO = \dfrac{OA}{OB} = 2$，

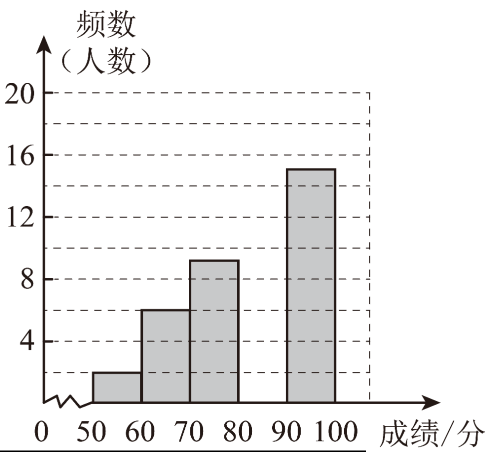
$\therefore$ $Rt\triangle POA$ 中，$\dfrac{OP}{OA}=2$，

$\therefore OP = 2OA = 4$，

$\therefore$当 $PA \perp AM$ ，此时点 P 的坐标为$\left(-4,0\right)$．

综上，点 P的坐标为$\left(11,0\right)$或$\left(-4,0\right)$．

19. 为加强学生对新冠肺炎防护知识的了解，某校 500 名学生在线参与作答《2020 年新冠肺炎病毒的防护全国统一考试（全国卷)》试卷（满分为 100 分)，答题后发现所有的学生成绩均不低于 50 分．为了更好地了解本次答卷的成绩情况，随机抽取了其中若干名学生的成绩（成绩取整数）作为样本进行整理，得到下列不完整的统计图表：



成绩 x/分	频数	频率
$50 \le x < 60$	2	0.04

$60 \le x < 70$	6	0.12
$70 \le x < 80$	9	b
$80 \le x < 90$	a	0.36
$90 \le x < 100$	15	0.30

请根据所给信息，解答下列问题：

（1） $a =$ ＿＿＿＿＿＿，$b =$ ＿＿＿＿＿＿；

（2）请补全频数分布直方图；

（3）这次在线答题成绩的中位数将会落在＿＿＿＿＿＿分数段；

（4）若成绩在 90 分以上（包括 90 分）的为“ 优”等，则全校学生参加这次在线答题的学生中“ 优”等的约有多少人？

【答案】（1）18，0.18

（2）见详解　　（3）$80 \le x < 90$

（4）150 人

【解析】

【分析】（1）运用$50 \le x < 60$ 的频数及频率可得抽查的总人数，再根据频数=频率× 总人数，频率=频数除以总人数，可分别求出 a、b 的值；

（2）根据所求 a 的值即可补全图形 2；

（3）根据中位数的定义求解即可；

（4）总人数乘以样本中“ 优”等对应的频率即可．

本题考查了根据数据描述求频率，求中位数，根据数据描述求频数，补全频数分布直方图，样本估计总体，正确掌握相关性质内容是解题　关键．

【小问 1 详解】

解：依题意，抽查的总人数$2 \div 0.04 = 50$ （人），

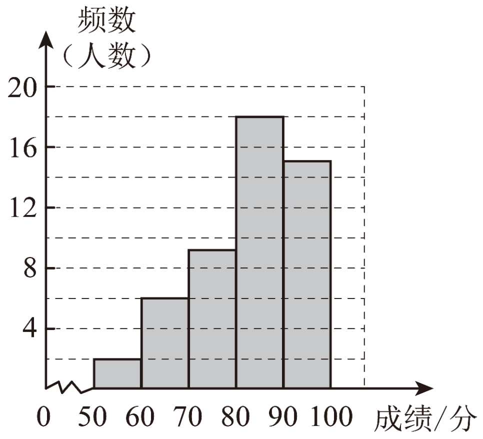
$a = 50 \times 0.36 = 18$ （人），

$b = \dfrac{9}{50} = 0.18$；

故答案为：18，0.18；

【小问 2 详解】

解：补全频数分布直方图，如图所示：



【小问 3 详解】

解：依题意，$0.04+0.12+0.18=0.34$，$0.04+0.12+0.18+0.36=0.7$

∴中位数会落在分数段$80\le x<90$，

故答案 ：$80\le x<90$；

【小问 4 详解】

解：依题意，$500\times0.30=150$（人），

∴全校学生参加这次在线答题的学生中“优”等的约有150人.

20. 图 1 是一种柜厢可收纳的货车，图 2，图 3 是其柜厢横截面简化示意图，忽略柜厢板的厚度，由上、下厢板EF，AB，可对折侧厢板AC，EC，BD，FD组成，已知$AB=220\text{cm}$．当厢板收起时，EF恰好与AB重合，点 C，D 重合均落在AB中点处，当厢板升起过程中，有$\angle CAB=\angle DBA$．


图1

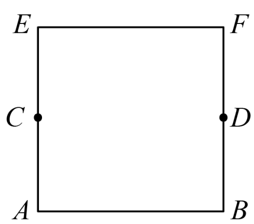


图2

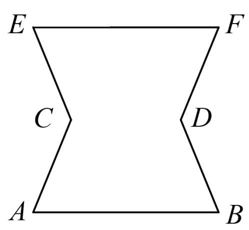


图3

（1）如图 2，当上厢板EF从重合到完全升起到$\angle CAB=90°$时，求点 C，D 在此过程中运动的路程总长；

（2）如图 3，当上厢板 EF 升起到$\angle CAB=70°$时，求此时点 C，D 之间的距离.

(参考数据：$\pi\approx3.14$，$\sin70°\approx0.94$，$\cos70°\approx0.34$，$\tan70°\approx2.75$，结果保留整数)

【答案】（1）345cm

（2）145cm

【解析】

【分析】本题主要考查了弧长公式、全等三角形的判定与性质、解直角三角形等知识点，正确作出辅助线成为解题的关键.

（1）根据题意可得 $AC=BD=\frac{1}{2}AB=110\text{cm}$，然后根据弧长公式求解即可；

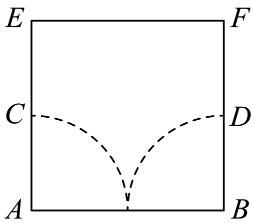
（2）如图（2），分别过点 C，D 作 $CM\perp AB, DN\perp AB$，垂足分别为点 M，N．由(1)知

$AC=DB=110\text{cm}$，易证 $\triangle CAM\cong\triangle DBN(\text{AAS})$ 可得 $AM=BN$，再解直角三角形可得 $AM=37.4\text{cm}$，

最后根据点 C，D 之间的距离为 $AB-2AM$ 求解即可.

【小问 1 详解】

解：如图（1）：当厢板收起时 EF 恰好与 AB 重合，点 C，D 重合均落在 AB 中点处，$AB=220\text{cm}$，



图（1）

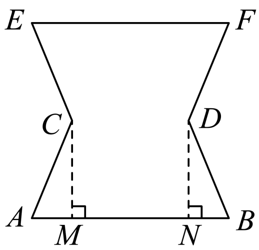
$\therefore AC=BD=\frac{1}{2}AB=110\text{cm}$，

$\therefore$点 C，D 在此过程中运动的路径的总长度为 $\frac{1}{2}\times2\pi\times110=110\pi\approx345\text{cm}$.

【小问 2 详解】

解：如图（2），分别过点 C，D 作 $CM\perp AB, DN\perp AB$，垂足分别为点 M，N．由(1)知

$AC=DB=110\text{cm}$，



图（2）

又$\because\angle CAB=\angle DBA=70°, \angle CMA=\angle DNB=90°$

$\therefore\triangle CAM\cong\triangle DBN(\text{AAS})$，

$\therefore AM=BN$，

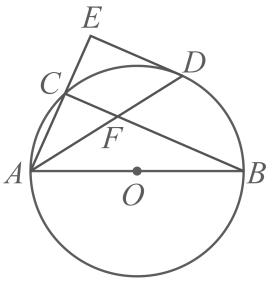
在Rt△ CAM 中，$\cos\angle CAM=\frac{AM}{AC}$，

$\therefore AM=AC\cdot\cos\angle CAM\approx110\times0.34=37.4\text{cm}$，

$\therefore$点 C，D 之间的距离为 $AB-2AM=220-37.4\times2\approx145\text{cm}$．

五、（本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分）

21. 如图，ABC 内接于$\odot O$，AB 为直径，点 D 在$\odot O$ 上，过点 D 作$\odot O$ 切线与 AC 的延长线交于点 E，$ED\parallel BC$，连接 AD 交 BC 于点 F.



（1）求证：$\angle BAD=\angle DAE$；

（2）若 $AB=6$，$AD=5$，求 DF 的长.

【答案】（1）见解析　　（2）$\frac{11}{5}$

【解析】

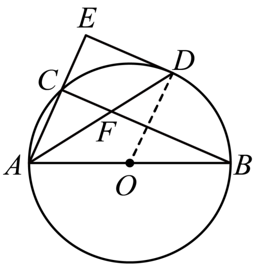
【分析】本题主要考查了切线的性质、平行线的性质和判定、勾股定理、锐角三角函数等知识点，正确的作出辅助线、构造直角三角形或平行线是解题的关键.

（1）如图：连接OD，由ED为$\odot O$ 的切线，根据切线的性质得到$OD\perp ED$，由AB 为$\odot O$ 的直径，得到$\angle ACB=90^\circ$，根据平行线的判定和性质可得，又因为$OA=OD$ 得到$\angle BAD=\angle ADO$，最后根据等量代换即可证明结论；

（2）如图：连接BD，则$\angle ADB=90^\circ$，由勾股定理得到$BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{11}$，根据三角函数的定义得到$\tan\angle CBD=\tan\angle BAD=\frac{\sqrt{11}}{5}$，由$DF=BD\cdot\tan\angle CBD$ 求解即可.

【小问 1 详解】

解：如图：连接OD，



$\because ED$ 为$\odot O$ 的切线，

$\therefore OD\perp ED$，

$\because AB$ 为$\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACB=90^\circ$，

$\because ED /\!/ BC$，

$\therefore \angle ACB=\angle E=\angle EDO$，

$\therefore AE /\!/ OD$，

$\therefore \angle DAE=\angle ADO$，

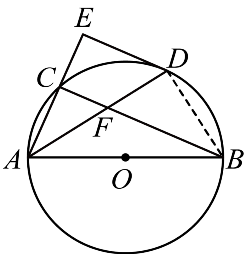
$\because OA=OD$，

$\therefore \angle BAD=\angle ADO$，

$\therefore \angle BAD=\angle DAE$.

【小问 2 详解】

解：如图：连接BD，则$\angle ADB=90^\circ$，



$\because AB=6,\ AD=5$，

$\therefore BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{11}$，

$\because \angle BAD=\angle DAE=\angle CBD$，

$\therefore \tan\angle CBD=\tan\angle BAD=\dfrac{\sqrt{11}}{5}$，

在$\mathrm{Rt}\triangle BDF$ 中，$DF=BD\cdot\tan\angle CBD=\sqrt{11}\times\dfrac{\sqrt{11}}{5}=\dfrac{11}{5}$.

22. 阅读下面材料：某同学遇到这样一个问题：如图 1，在 ABC 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，BE 是 AC 边上的中线，点 D 在 BC 边上，$CD:BD=1:2$，AD 与 BE 相交于点 P，求 $\frac{AP}{PD}$ 的值．他发现，过点 A 作 $AF\parallel BC$，交 BE 的延长线于点 F，通过构造 $\triangle AEF$，经过推理和计算能够使问题得到解决（如图 2）．

请回答：

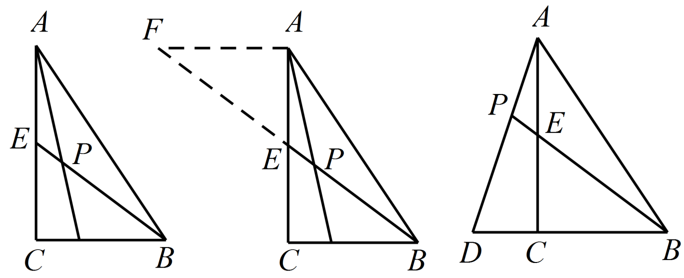


图1　　图2　　图3

（1）$\frac{AP}{PD}$ 的值为____________．

（2）参考这个同学思考问题的方法，解决问题：如图 3，在 ABC 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，点 D 在 BC 的延长线上，AD 与 AC 边上的中线 BE 的延长线交于点 P，$DC:BC:AC=1:2:3$，求 $\frac{AP}{PD}$ 的值____________；

（3）在（2）的前提下，若 $CD=2$，则 $BP=$ ____________．

【答案】（1）$\frac{3}{2}$

（2）$\frac{2}{3}$

（3）6

【解析】

【分析】（1）根据辅助线的作法可得 $\triangle AEF\cong\triangle CEB$，$\triangle APF\backsim\triangle DPB$，然后利用它们的性质可得 $\frac{PA}{PD}=\frac{AF}{BD}=\frac{3}{2}$；

（2）过点 A 作 $AF\parallel DB$，交 BE 的延长线于点 F，可得 $\triangle AEF\cong\triangle CEB$，$\triangle APF\backsim\triangle DPB$，然后利用它们的性质可得 $\frac{AP}{DP}=\frac{FP}{BP}=\frac{AF}{DB}=\frac{2k}{3k}=\frac{2}{3}$；

（3）根据条件 $DC:BC:AC=1:2:3$，$CD=2$，得出 BC，AC，CE，AE 的长，由勾股定理可得 EF 的长，再利用 $\triangle APF\backsim\triangle DPB$ 的性质可求出 BP 的长．

【小问 1 详解】

解：过点 A 作 $AF \parallel BC$，交 BE 的延长线于点 F，

∵ BE 是 AC 边上的中线，

∴ $AE=CE$，

∵ $FA \parallel BC$，

∴ $\angle F=\angle CBE$，

在△AEF 和△CEB 中

$$\begin{cases}\angle AEF=\angle BEC \\ \angle F=\angle CBE \\ AE=CE\end{cases},$$

∴ $\triangle AEF \cong \triangle CEB(\mathrm{AAS})$，

∴ $AF=BC$．

设 $CD=k$，则 $DB=2k$，$AF=BC=3k$，

∵ $AF \parallel BC$，

∴ △APF ∽ △DPB，

∴ $\frac{PA}{PD}=\frac{AF}{BD}=\frac{3}{2}$．

故答案为：$\frac{3}{2}$

【小问 2 详解】

①过点 A 作 $AF \parallel DB$，交 BE 的延长线于点 F，如图，

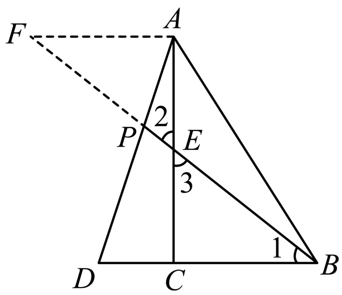


图3

设 $DC=k$，由 $DC:BC=1:2$ 得 $BC=2k$，$DB=DC+BC=3k$．

∵ E 是 AC 中点，

∴ $AE=CE$．

∵ $AF \parallel DB$，

∴ $\angle F=\angle 1$．

在$\triangle AEF$和$\triangle CEB$中，

$$\begin{cases}\angle F=\angle 1\\ \angle 2=\angle 3\\ AE=CE\end{cases},$$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CEB(\text{AAS})$，

$\therefore EF=BE$，$AF=BC=2k$．

$\because AF \parallel DB$，

$\therefore \triangle AFP \backsim \triangle DBP$，

$\therefore \frac{AP}{DP}=\frac{FP}{BP}=\frac{AF}{DB}=\frac{2k}{3k}=\frac{2}{3}$．

$\therefore \frac{AP}{DP}$的值为$\frac{2}{3}$；

故答案为：$\frac{2}{3}$

【小问3详解】

当$CD=2$时，$BC=4$，$AC=6$，

$\therefore EC=\frac{1}{2}AC=3$，$EB=\sqrt{CE^2+BC^2}=5$，

$\therefore EF=BE=5$，$BF=10$．

$\because \frac{FP}{BP}=\frac{2}{3}$，$\triangle AFP \backsim \triangle DBP$

$\therefore \frac{BF}{BP}=\frac{5}{3}$，

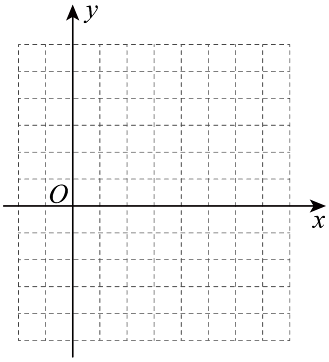
$\therefore BP=\frac{3}{5}BF=\frac{3}{5}\times 10=6$．

故答案为：6．

【点睛】本题考查了相似三角形的判定和性质、全等三角形的判定和性质、勾股定理和平行线的性质，解决本题的关键是正确的做出辅助线．

六、（本大题共12分）

23. 已知抛物线$L_1: y=-x^2+6x+m$的顶点为点P，抛物线L_1关于直线l：$y=n$对称的抛物线记为L_2，点Q为抛物线为L_2的顶点，改变n的值，点Q的位置会发生变化，在变化过程中，发现当$n=2$时，点Q恰好落在x轴上．



备用图

（1）则点 P 的坐标为_________，$m=$_________；

（2）求抛物线 L_2 的解析式；

（3）如果抛物线 L_1 与 L_2 相交于点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，且 $x_1<x_2$．

①直接写出 n 的取值范围：__________；

②求四边形 $PAQB$ 的面积 S（用含 n 的式子表示）；

③当四边形 $PAQB$ 为正方形时，求 n 的值．

【答案】（1）$(3,4)$，-5；

（2）$y=x^2-6x+2n+5$

（3）①$n<4$；②$S=(8-2n)\sqrt{4-n}$；③$n=3$

【解析】

【分析】本题主要考查了二次函数的性质、轴对称的性质、正方形的判定等知识点，理解二次函数的性质以及数形结合思想成为解题的关键．

（1）先将抛物线 $L_1: y=-x^2+6x+m$ 化成顶点式确定顶点 $P(3,9+m)$，再根据对称性求得 $Q(3,2n-9-m)$，然后根据当 $n=2$ 时，点 Q 恰好落在 x 轴上，列方程求得 $m=-5$，进而确定点 P的坐标；

（2）先根据对称性求得 $Q(3,2n-4)$，再根据抛物线 L_1、L_2 的开口大小相同，开口方向相反，直接写出函数解析式即可；

（3）①先说明点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 在直线 $y=n$ 上，再根据函数图象即可解答；②如图：连接 PQ 交直线 l 于点 M，则 $PM=4-n$，则 $PQ=2PM=8-2n$；令 $-x^2+6x-5=n$，即 $-x^2+6x-5-n=0$，易

得$x_1+x_2=6, x_1\cdot x_2=n+5$，进而得到$AB=2\sqrt{4-n}$，再根据轴对称的性质可得四边形$PAQB$是菱形，最后根据菱形的面积公式即可解答；③先说明当$PQ=AB$时，四边形$PAQB$是正方形，即$PQ^2=AB^2$，进而得到关于n的一元二次方程求解即可.

【小问1详解】

解：$\because L_1: y=-x^2+6x+m=-(x-3)^2+9+m$，

$\therefore$顶点$P(3,9+m)$，

$\because$抛物线L_1关于直线l：$y=n$对称的抛物线记为L_2，点Q为抛物线为L_2的顶点，

$\therefore$点Q与点P关于直线l：$y=n$对称，

$\therefore \frac{9+m+y_Q}{2}=n$，

$\therefore Q(3,2n-9-m)$，

$\because$当$n=2$时，点Q恰好落在x轴上，

$\therefore 2\times2-9-m=0$，解得：$m=-5$，

$\therefore P(3,4)$.

故答案为：$(3,4)$，-5.

【小问2详解】

解：由（1）可知抛物线$L_1: y=-x^2+6x-5=-(x-3)^2+4$，$P(3,4)$，

$\because$点Q与点P关于直线l：$y=n$对称，

$\therefore Q(3,2n-4)$，

$\because$抛物线L_1关于直线l：$y=n$对称的抛物线记为L_2，点Q为抛物线为L_2的顶点，

$\therefore$抛物线L_1、L_2的开口大小相同，开口方向相反，

$\therefore$抛物线L_2：$y=(x-3)^2+2n-4=x^2-6x+2n+5$.

【小问3详解】

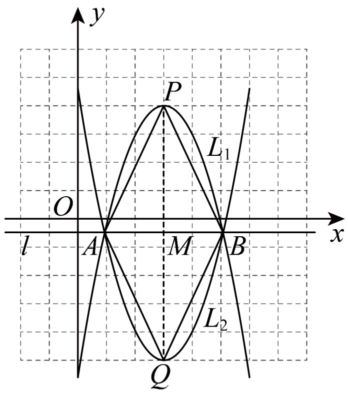
解：①$\because$抛物线L_1与L_2相交于点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

$\therefore$点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$在直线$y=n$上，

∵抛物线L_1的顶点坐标为$P(3,4)$，

∴当$n<4$时，抛物线L_1与L_2有两个不同的交点，即$A(x_1,n)$，$B(x_2,n)$．

②如图：连接PQ交直线l于点M，则$PM=4-n$，



∴$PQ=2PM=8-2n$，

∵抛物线L_1与L_2相交于点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

令$-x^2+6x-5=n$，即$-x^2+6x-5-n=0$，

∴$x_1+x_2=6, x_1\cdot x_2=n+5$，

∴$AB=|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1\cdot x_2}=\sqrt{36-4(n+5)}=2\sqrt{4-n}$，

由对称性可得：$PQ\perp AB, MP=MQ, MA=MB$，

∴四边形$PAQB$是菱形，

∴$S=\frac{1}{2}PQ\cdot AB=\frac{1}{2}(8-2n)\cdot 2\sqrt{4-n}=(8-2n)\sqrt{4-n}$．

③∵四边形$PAQB$是菱形，

∴当$PQ=AB$时，四边形$PAQB$是正方形，

∴$PQ^2=AB^2$，即$(8-2n)^2=4(4-n)$，

∴$n^2-7n+12=0$，解得：$n_1=3$，$n_2=4$，

∵$n<4$，

∴$n=3$．