2024年九年级数学科综合测试题

【试卷说明】1．本试卷共6页，全卷满分 120分，考试时间为 120分钟，考生应将答案全部 (涂)写在答题卡相应位置上，写在本试卷上无效；

2．答题前考生务必将自己的姓名、准考证号等填 (涂)写到答题卡上；

3．作图必须用$2B$铅笔，并请加黑加粗，描写清楚．

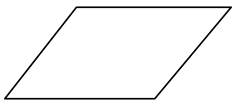
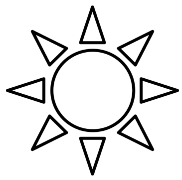
一、选择题(本大题共10 小题，每小题3分，满分30分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．)

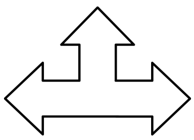
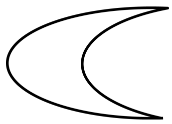
1. 下列各式中运算正确的是（　　）

A. $3a-2a=1$　　B. $a-(-a+1)=-1$

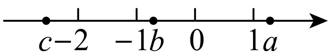
C. $-3^2+(-3)^2=0$　　D. $(-2a)^3=6a^3$

2. 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A. 　　B. 

C. 　　D. 

3. 实数a、b、c在数轴上的位置如图所示，则下列各式中正确的个数有（　　）



(1) $abc>0$；(2) $-c>a>-b$；(3) $\frac{1}{b}>\frac{1}{a}$；(4) $|c|>|a|$

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

4. 深中通道是世界级“桥、岛、隧、水下互通”跨海集群工程，总计用了320000万吨钢材，320000这个数用科学记数法表示为（　　）

A. 3.2×10^9　　B. 0.32×10^6　　C. 32×10^4　　D. 3.2×10^5

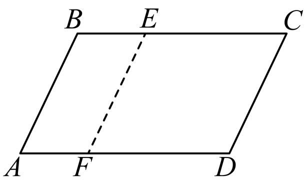
5. 掷两枚质地均匀的骰子，下列事件是随机事件的是（　　）

A. 点数的和为1　　B. 点数的和为6

C. 点数的和大于12　　D. 点数的和小于13

6. 如图， 在 $ABCD$ 中，$AB=4$，$BC=6$，将线段AB水平向右平移a个单位长度得到线段EF，若

四边形 $ECDF$ 为菱形，则 a 的值可以为（　）



A. 2　　B. 3　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{2}$

7. 下列命题中是真命题的是（　）

A. 正六边形的外角和大于正五边形的外角和

B. 正六边形　每一个内角为 $60°$

C. 对角线相等的四边形是矩形

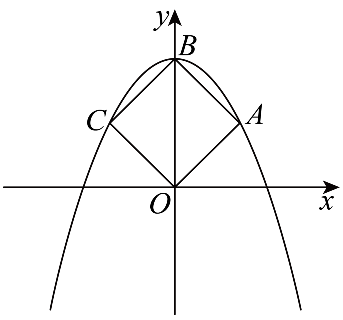
D. 有一个角是 $60°$ 的等腰三角形是等边三角形

8. 新能源汽车销量的快速增长，促进了汽车企业持续的研发投入和技术创新．某上市公司今年　月份一品牌的新能源车单台的生产成本是13万元，由于技术改进和产能增长，生产成本逐月下降，　月份的生产成本为12.8　万元．假设该公司今年一季度每个月生产成本的下降率都相同，设每个月生产成本的下降率为 x，则根据题意所列方程正确的是（　）

A. $13(1-x)^2=12.8$　　B. $13(1-x^2)=12.8$

C. $12.8(1-x^2)=13$　　D. $13(1+x)^2=12.8$

9. 如图，抛物线 $y=ax^2+c$ 经过正方形 $OABC$ 的三个顶点 A，B，C，　点 B 在 y 轴上，　则 ac 的值为（　）



A. -1　　B. 2　　C. -3　　D. -2

10. 若关于 x 的一个一元一次不等式组的解集为 $a<x<b$（a、b 为常数且 $a<b$），则称 $\frac{a+b}{2}$ 为这个不等式组的“解集中点”．若关于 x 的不等式组 $\begin{cases}2x>x+m\\x-4<m\end{cases}$ 的解集中点大于方程 $3\left(x+\frac{1}{3}\right)=2x+3$ 的解且小于方程 $2x+6=4x$ 的解，　则　m　的取值范围是（　）

A. $0<m<1$　　B. $m<0$　　C. $m>1$　　D. $-2<m<1$

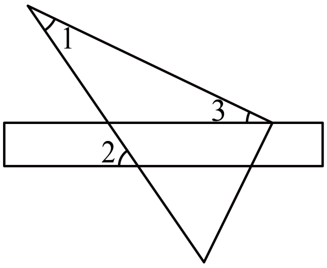
二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分．）

11. 若分式 $\frac{3}{2-x}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是__________.

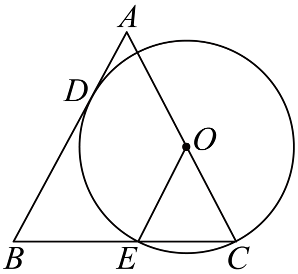
12 分解因式：$x^2y-y^3=$________________.

13. 方程 $\frac{3}{5x+1}=\frac{1}{2x}$ 的解为______.

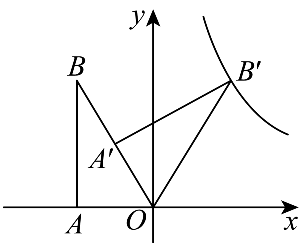
14. 如图，将三角尺的直角顶点放在直尺的一边上，∠1＝30°，∠2＝55°，则∠3＝______.



15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，点 O 在边 AC 上，以 O 为圆心，3 为半径的圆恰好过点 C，且与边 AB 相切于点 D，交边 BC 于点 E，则劣弧 $\overset{\frown}{DE}$ 的长是_______(结果保留π）.



16. 如图，已知在直角三角形 ABO 中，点 B 的坐标为 $\left(-1,\sqrt{3}\right)$，将 $\triangle ABO$ 绕点 O 旋转至 $\triangle A'B'O$ 的位置，使点 A' 落在边 OB 上，点 B' 落在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，则 k 的值为_______.

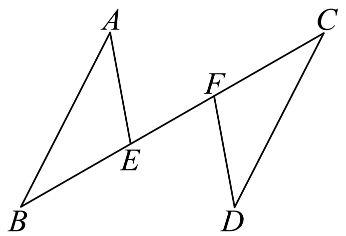


三、解答题（本大题共 9 小题，满分 72 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．）

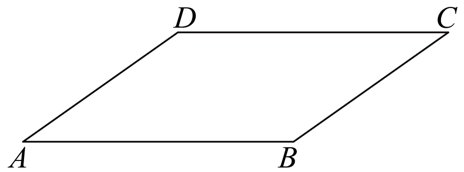
17. 解不等式组：$\begin{cases} x \geq \frac{x+2}{3} \\ 5x-3<5+x \end{cases}$

18. 如图，点 E、F 在线段 BC 上，$AB \parallel CD$，$\angle A=\angle D$，$BE=CF$．

求证：$AB=CD$．



19. 如图，　$ABCD$ 中，$\angle DCB=30^\circ$.



（1）操作：用尺规作图法过点 D 作 AB 边上的高 DE；(保留作图痕迹，不要求写作法)

（2）计算：在（ ）的条件下，若 $AD=4$，$AB=6$，求梯形 $EBCD$ 的面积.

20. 已知 $A=\left(\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{1}{x}\right)\div\dfrac{x^2-x}{x^2+2x+1}$.

（1）化简 A；

（2）若已知 $x^2-x-1=0$，求 A 的值.

21. 已知一次函数 $y=2x+m$ 的图象与反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k>0)$ 的图象交于 A，B 两点.

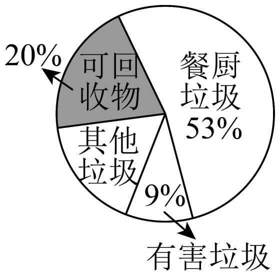
（1）当点 A　坐标为 $(2,1)$ 时.

①求 m，k 的值；

②分别作出上述一次函数与反比例函数的大致图象(不用列表)，并依据图象，直接写出不等式 $\dfrac{k}{x}>2x+m$ 的解集；

（2）若将函数 $y=2x+m$ 的图象沿 y 轴向下平移 4 个单位长度后，点 A，B 恰好关于原点对称，求 m 的值.

22. 《广州市生活垃圾分类管理条例》实施以来，我区多次组织共产党员到社区进行垃圾分类宣传志愿服务，带头破解小区垃圾分类难点、堵点问题，社区垃圾分类文明实践蔚然成风．生活垃圾分为四类：可回收物、餐厨垃圾、有害垃圾、其他垃圾，某校“ 玩转数学”小组在对当地垃圾分类调查中，绘制了如图所示的垃圾分类扇形统计图.

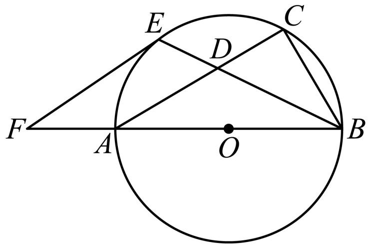


（1）求图中可回收物所在的扇形的圆心角的度数；

（2）据统计，生活垃圾中可回收物每吨可创造经济总价值约为0.15万元．若某镇某月生活垃圾清运总量为2000吨，请估计该月可回收物可创造的经济总价值是多少万元？

（3）为了进一步宣传垃圾分类知识，提升青少年环保参与意识，提高居民分类质量，学校开展了“桶边督导进小区，少年助力齐参与”垃圾分类宣传志愿者活动，每班每次从志愿报名参加的同学中派2名同学参加．甲班经选拔后，决定从小组 名男生和2名女生中随机抽取2名同学在党员教师的带领下参加小区的宣传服务活动，求所抽取的学生中恰好是一男一女的概率．

23. 如图，以$Rt\triangle ABC$的一边AB为直径作$\triangle ABC$的外接圆$\odot O$，$\angle B$的平分线BE交AC于D，交$\odot O$于E，过E作$EF\parallel AC$交BA的延长线于F．



（1）判断EF是否是$\odot O$切线，并证明你的结论；

（2）连接AE，若$AE=2\sqrt{5}$，$AB=10$，求点C到直线AB的距离．

24. 过点$B\left(4,\sqrt{2}\right)$，$C\left(-1,\sqrt{2}\right)$的抛物线$y=\frac{\sqrt{2}}{2}x^2+bx+c$与$y$轴交于点A．

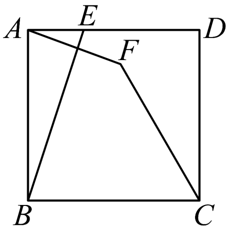
（1）求b， 的值；

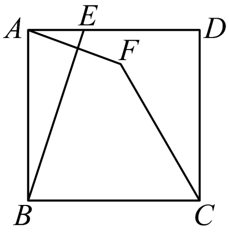
（2）直线BC交y轴于点D，点E是抛物线$y=\frac{\sqrt{2}}{2}x^2+bx+c$上位于直线$AB$下方的一动点，过点$E$作直线$AB$的垂线，垂足为$F$．

①求EF的最大值；

②当$\angle ABC=\frac{1}{2}\angle FAE$时，求点$E$ 坐标．

25. 如图，正方形$ABCD$中，点E在边AD上(不与端点A，D重合)，点A关于直线BE的对称点为点F，连接CF，设$\angle ABE=\alpha$．





备用图

（1）求$\angle BCF$的大小（用含α的式子表示）；

（2）过点C作$CG\perp AF$，垂足为G，连接DG．试判断DG与CF的位置关系，并证明所得的结论；

（3）将$\triangle ABE$绕点B顺时针旋转$90°$得到$\triangle CBH$，点E的对应点为点H，连接BF，HF．当$\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$时，判断$\triangle BFH$的形状，并说明理由．

2024年九年级数学科综合测试题

【试卷说明】1．本试卷共6页，全卷满分 120分，考试时间为 120分钟，考生应将答案全部 (涂)写在答题卡相应位置上，写在本试卷上无效；

2． 答题前考生务必将自己的姓名、准考证号等填 (涂)写到答题卡上；

3． 作图必须用2*B*铅笔，并请加黑加粗，描写清楚．

一、选择题(本大题共10 小题，每小题3分，满分30分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．)

1. 下列各式中运算正确的是（　）

A. $3a-2a=1$　　B. $a-(-a+1)=-1$

C. $-3^2+(-3)^2=0$　　D. $(-2a)^3=6a^3$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了合并同类项，去括号，有理数的乘方和积的乘方，根据合并同类项，有理数的乘方，去括号和积的乘方运算法则逐项判断即可，熟知相关计算法则是解题的关键．

【详解】A、$3a-2a=a$，原选项计算错误，不符合题意；

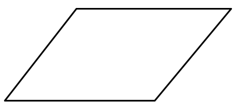
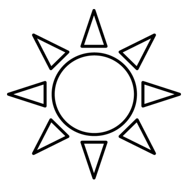
B、$a-(-a+1)=a+a-1=2a-1$，原选项计算错误，不符合题意；

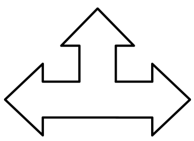
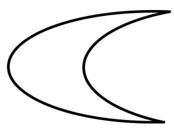
C、$-3^2+(-3)^2=-9+9=0$，原选项计算正确，符合题意；

D、$(-2a)^3=-8a^3$，原选项计算错误，不符合题意；

故选：C．

2. 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　）

A. 　　B. 

C 　　D. 

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了轴对称图形和中心对称图形的概念，如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴，这时，我们也可以说这个图形关于这条直线(成轴）对称，根据中心对称图形的定义：把一个图形绕某一点旋转180°，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，熟练掌握轴对称图形和中心对称图形的概念是解题的关键.

【详解】A．不是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项不符合题意；

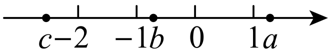
B．即是轴对称图形，又是中心对称图形，故本选项符合题意；

C．是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

D．是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

故选：B.

3. 实数 a、b、c 在数轴上的位置如图所示，则下列各式中正确的个数有（　　）



（1）$abc>0$；（2）$-c>a>-b$；（3）$\frac{1}{b}>\frac{1}{a}$；（4）$|c|>|a|$

A. 1 个　　　　B. 2 个　　　　C. 3 个　　　　D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查数轴，倒数，相反数和绝对值，把数和点对应起来，也就是把“数”和“形”结合起来，二者互相补充，相辅相成，把很多复杂的问题转化为简单的问题．利用数形结合是解题的关键.

根据有理数大小的比较可得数轴上的右边的数总大于左边的数得出$c<-2<b<0<1<a$，$|c|>|a|>|b|$，

根据有理数的乘法可判断（1）正确；根据相反数的定义可判断（2）；根据倒数的定义可判断（3）；根据绝对值的定义可判断（4）.

【详解】解：结合图形，根据数轴上的右边的数总大于左边的数，可得$c<-2<b<0<1<a$，

$|c|>|a|>|b|$，

∴（1）$abc>0$，正确；

（2）$-c>a>-b$，正确；

（3）$\frac{1}{b}<\frac{1}{a}$，错误；

（4）$|c|>|a|$，正确.

故正确的 3 个，

故选：C.

4. 深中通道是世界级“桥、岛、隧、水下互通”跨海集群工程，总计用了320000万吨钢材，320000这个数用科学记数法表示为（　）

A. 3.2×10^{9}　　B. 0.32×10^{6}　　C. 32×10^{4}　　D. 3.2×10^{5}

【答案】D

【解析】

【分析】此题考查了科学记数法的表示方法，根据科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\le|a|<10$，n为整数即可求解，解题的关键要正确确定a的值以及n的值.

【详解】解：$320000=3.2\times10^{5}$，

故选：D.

5. 掷两枚质地均匀的骰子，下列事件是随机事件的是（　）

A. 点数的和为 1　　B. 点数的和为 6

C. 点数的和大于 12　　D. 点数的和小于 13

【答案】B

【解析】

【分析】根据事件发生的可能性大小判断即可.

【详解】解：A、点数和为 1，是不可能事件，不符合题意；

B、点数和为 6，是随机事件，符合题意；

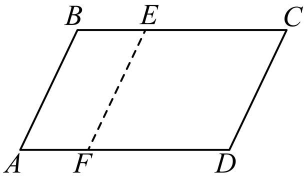
C、点数和大于 12，是不可能事件，不符合题意；

D、点数的和小于 13，是必然事件，不符合题意.

故选：B.

【点睛】本题考查的是必然事件、不可能事件、随机事件的概念．必然事件指在一定条件下，一定发生的事件．不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件，不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件.

6. 如图，在$ABCD$中，$AB=4$，$BC=6$，将线段AB水平向右平移a个单位长度得到线段EF，若四边形$ECDF$为菱形，则a的值可以为（　）



A. 2　　B. 3　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了菱形的判定，平行四边形的性质和判定，平移的性质，熟练掌握菱形的判定方法是解决问题的关键．先证得四边形$ECDF$为平行四边形，当$CD=CE=4$时，$\square ECDF$为菱形，此时$a=BE=BC-CE=6-4=2$，即可解答．

【详解】解：∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$AB\parallel CD$，即$CE\parallel DF$，$CD=AB=4$，

∵将线段AB水平向右平移a个单位长度得到线段EF，

∴$AB\parallel EF\parallel CD$，

∴四边形$ECDF$为平行四边形，

∴当$CD=CE=4$时，$\square ECDF$为菱形，

此时$a=BE=BC-CE=6-4=2$．

故选：A

7. 下列命题中是真命题的是（　　）

A. 正六边形的外角和大于正五边形的外角和

B. 正六边形的每一个内角为60°

C. 对角线相等的四边形是矩形

D. 有一个角是60°的等腰三角形是等边三角形

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了命题与定理，根据多边形外角和、正多边形内角和，矩形的判定，等边三角形的判定，对各个选项逐个分析，即可得到答案．

【详解】A、正六边形的外角和，和正五边形的外角和相等，均为360°，原选项不符合题意；

B、正六边形的内角和为720°，　则每一个内角为120°，原选项不符合题意；

C、对角线相等的平行四边形是矩形，原选项不符合题意；

D、有一个角是60°的等腰三角形是等边三角形，原选项符合题意；

故选：D．

8. 新能源汽车销量的快速增长，促进了汽车企业持续的研发投入和技术创新．某上市公司今年　月份一品牌的新能源车单台的生产成本是13万元，由于技术改进和产能增长，生产成本逐月下降，　　月份的生产成本为12.8　万元．假设该公司今年一季度每个月生产成本的下降率都相同，设每个月生产成本的下降率为x，则根据题意所列方程正确的是（　　）

A. $13(1-x)^2=12.8$　　B. $13(1-x^2)=12.8$

C. $12.8(1-x^2)=13$　　D. $13(1+x)^2=12.8$

【答案】A

【解析】

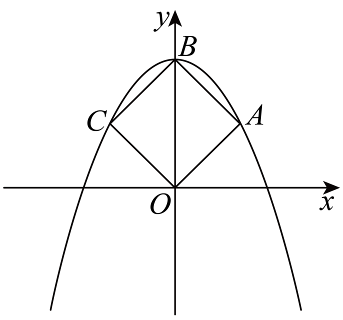
【分析】此题考查了一元二次方程的应用，设每个月生产成本的下降率为x，由题意可列方程$13(1-x)^2=12.8$，根据题意列出方程是解题的关键.

【详解】解：设每个月生产成本的下降率为x，

由题意得：$13(1-x)^2=12.8$，

故选：A .

9. 如图，抛物线$y=ax^2+c$经过正方形$OABC$的三个顶点A，B，C，点B在y轴上，则ac的值为（　）



A. -1　　B. 2　　C. -3　　D. -2

【答案】D

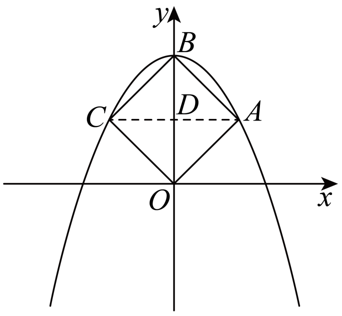
【解析】

【分析】本题考查了正方形的性质，二次函数的图象与性质，二次函数解析式．熟练掌握正方形的性质，二次函数的图象与性质，二次函数解析式是解题的关键.

由题意知，A、C关于y轴对称，如图，连接AC交OB于D，设$OD=BD=AD=CD=m$，则$B(0,2m)$，$A(m,m)$，将$B(0,2m)$，$A(m,m)$，代入$y=ax^2+c$，可求$\begin{cases}c=2m\\a=-\frac{1}{m}\end{cases}$，然后代值求解即可.

【详解】解：由题意知，A、C关于y轴对称，

如图，连接AC交OB于D，



∵正方形$OABC$，

∴$OD=BD=AD=CD$，

设$OD=BD=AD=CD=m$，则$B(0,2m)$，$A(m,m)$，

将$B(0,2m)$，$A(m,m)$，代入$y=ax^2+c$得，$\begin{cases}c=2m\\am^2+c=m\end{cases}$，

解得，$\begin{cases}c=2m\\a=-\dfrac{1}{m}\end{cases}$，

∴$ac=-\dfrac{1}{m}\cdot 2m=-2$，

故选：D.

10. 若关于x的一个一元一次不等式组的解集为$a<x<b$（a、b为常数且$a<b$），则称$\dfrac{a+b}{2}$为这个不等式组的“解集中点”．若关于x的不等式组$\begin{cases}2x>x+m\\x-4<m\end{cases}$的解集中点大于方程$3\left(x+\dfrac{1}{3}\right)=2x+3$的解且小于方程$2x+6=4x$的解，则$m$的取值范围是（　）

A. $0<m<1$　　B. $m<0$　　C. $m>1$　　D. $-2<m<1$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查解一元一次不等式组，解一元一次方程，先求出不等式组$\begin{cases}2x>x+m\\x-4<m\end{cases}$的解集、方程$3\left(x+\dfrac{1}{3}\right)=2x+3$的解和方程$2x+6=4x$的解，再根据关于$x$的不等式组$\begin{cases}2x>x+m\\x-4<m\end{cases}$的解集中点大于方程$3\left(x+\dfrac{1}{3}\right)=2x+3$的解且小于方程$2x+6=4x$的解，即可得到$m$的取值范围，解题的关键是熟练掌握解一元一次不等式组的方法和解一元一次方程的方法.

【详解】由$\begin{cases}2x>x+m\\x-4<m\end{cases}$可得：$m<x<m+4$，

方程$3\left(x+\frac{1}{3}\right)=2x+3$的解为$x=2$，

方程$2x+6=4x$的解为$x=3$，

∵关于x的不等式组$\begin{cases}2x>x+m\\x-4<m\end{cases}$的解集中点大于方程$3\left(x+\frac{1}{3}\right)=2x+3$的解且小于方程 $2x+6=4x$ 的解，

∴$2<\frac{m+m+4}{2}<3$，

解得$0<m<1$，

故选：A．

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分．）

11. 若分式$\frac{3}{2-x}$有意义，则实数x的取值范围是__________．

【答案】$x\neq 2$

【解析】

【分析】根据分式有意义的条件即可求出答案．

【详解】解：由分式有意义的条件可知：$2-x\neq 0$，

∴$x\neq 2$，

故答案为：$x\neq 2$．

【点睛】本题考查了分式有意义的条件，解题的关键是熟练运用分式有意义的条件，本题属于基础题型．

12. 分解因式：x^2y-y^3=__________________．

【答案】$y(x+y)(x-y)$

【解析】

【详解】试题分析：原式提公因式得：y（x^2-y^2）$=y(x+y)(x-y)$

考点：分解因式

点评：本题难度中等，主要考查学生对多项式提公因式分解因式等知识点的掌握．需要运用平方差公式．

13. 方程$\frac{3}{5x+1}=\frac{1}{2x}$的解为______．

【答案】$x=1$

【解析】

【分析】方程两边同时乘以$2x(5x+1)$化为整式方程，解整式方程即可，最后要检验.

【详解】解：方程两边同时乘以$2x(5x+1)$，得$6x=5x+1$，

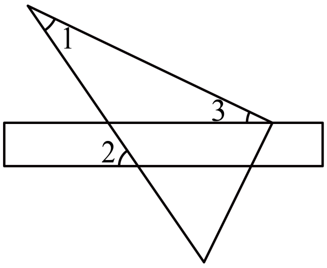
解得：$x=1$，

经检验，$x=1$是原方程的解，

故答案为：$x=1$.

【点睛】本题考查了解分式方程，熟练掌握解分式方程的步骤是解题的关键.

14. 如图，将三角尺的直角顶点放在直尺的一边上，∠1＝30°，∠2＝55°，则∠3＝______.



【答案】25°

【解析】

【分析】如图，由平行线的性质可求得∠4，结合三角形外角的性质可求得∠3.

【详解】解：如图，

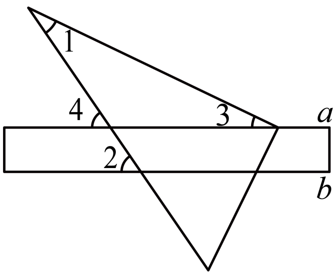
∵a// b，

∴∠4=∠2=55°，

又∵∠4=∠1+∠3，

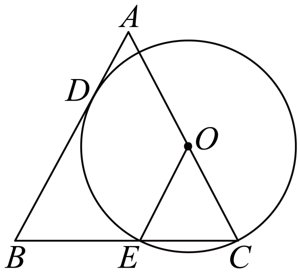
∴∠3=∠4-∠1=55°-30°=25°.

故答案为：25°.



【点睛】本题主要考查平行线的性质，掌握平行线的性质和判定是解题的关键.

15. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，点O在边AC上，以O为圆心，3为半径的圆恰好过点C，且与边AB相切于点D，交边BC于点E，则劣弧DE的长是_______(结果保留π).

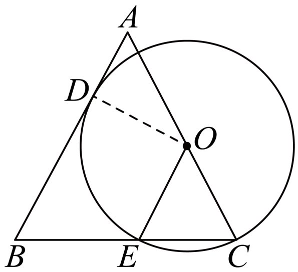


【答案】$\frac{3}{2}\pi$

【解析】

【分析】如图，连接OD，由AB是切线，可得$\angle ODB=90^{\circ}$，由等边对等角可得$\angle B=\angle ACB=\angle OEC$，则$OE\parallel AB$，$\angle DOE=180^{\circ}-\angle ODB=90^{\circ}$，根据$\overset{\frown}{DE}=\frac{90\pi\times3}{180}$，计算求解即可．

【详解】解：如图，连接OD，



$\because AB$是切线，

$\therefore \angle ODB=90^{\circ}$，

$\because AB=AC$，$OE=OC$，

$\therefore \angle B=\angle ACB=\angle OEC$，

$\therefore OE\parallel AB$，

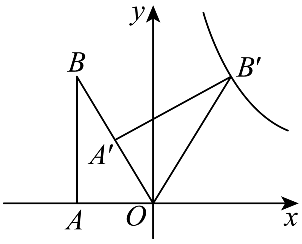
$\therefore \angle DOE=180^{\circ}-\angle ODB=90^{\circ}$，

$\therefore \overset{\frown}{DE}=\frac{90\pi\times3}{180}=\frac{3}{2}\pi$，

故答案为：$\frac{3}{2}\pi$．

【点睛】本题考查了切线的性质，等边对等角，平行线的判定，弧长．熟练掌握切线的性质，等边对等角，平行线的判定，弧长是解题的关键．

16. 如图，已知在直角三角形ABO中，点B的坐标为$\left(-1,\sqrt{3}\right)$，将$\triangle ABO$绕点O旋转至$\triangle A'B'O$的位置，使点A'落在边OB上，点B'落在反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象上，则k的值为_______．



【答案】$\sqrt{3}$

【解析】

【分析】由题意知，$\tan\angle AOB=\frac{AB}{OA}=\sqrt{3}$，则$\angle AOB=60^{\circ}$，$BO$与$y$轴的夹角为$30^{\circ}$，由旋转的性质可知，$\angle A'OB'=\angle AOB=60^{\circ}$，$B'O=BO$，则$B'O$与$y$轴的夹角为$30^{\circ}$，即$B'$、$B$关于$y$轴对称，$B'\left(1,\sqrt{3}\right)$，将$B'\left(1,\sqrt{3}\right)$代入$y=\frac{k}{x}$，计算求解即可．

【详解】解：由题意知，$\tan\angle AOB=\frac{AB}{OA}=\sqrt{3}$，

$\therefore\angle AOB=60^{\circ}$，

$\therefore BO$与y轴的夹角为30°，

由旋转的性质可知，$\angle A'OB'=\angle AOB=60^{\circ}$，$B'O=BO$，

$\therefore B'O$与y轴的夹角为30°，

$\therefore B'$、B关于y轴对称，

$\therefore B'\left(1,\sqrt{3}\right)$，

将$B'\left(1,\sqrt{3}\right)$代入$y=\frac{k}{x}$，可得，$k=\sqrt{3}$，

故答案为：$\sqrt{3}$．

【点睛】本题考查了正切，旋转的性质，轴对称，反比例函数解析式．根据题意确定点B'的坐标是解题的关键．

三、解答题（本大题共 9 小题，满分 72 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．）

17．解不等式组：$\begin{cases}x\geq\frac{x+2}{3}\\5x-3<5+x\end{cases}$

【答案】$1\leq x<2$．

【解析】

【分析】本题考查解一元一次不等式组，分别解出每个不等式的解集，然后确定不等式组的解集即可，熟

练掌握不等式组的解法是解题的关键.

【详解】解：$\begin{cases} x \geq \dfrac{x+2}{3} ① \\ 5x-3<5+x ② \end{cases}$，

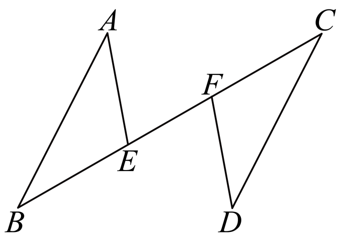
解不等式①得，$x \geq 1$，

解不等式②得，$x<2$，

∴不等式组的解集为$1 \leq x<2$.

18. 如图，点E、F在线段BC上，$AB \parallel CD$，$\angle A=\angle D$，$BE=CF$.

求证：$AB=CD$.



【答案】证明见解析.

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质和全等三角形的判定与性质知识，根据平行线的性质可得$\angle B=\angle C$，进而根据AAS证明$\triangle ABE \cong \triangle DCE$，再由全等三角形的性质即可求证，解题的关键是掌握全等三角形的判定与性质.

【详解】∵$AB \parallel CD$，

∴$\angle B=\angle C$，

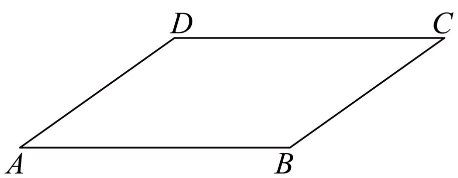
在$\triangle ABE$和$\triangle DCE$中

$$\begin{cases} \angle A=\angle D \\ \angle B=\angle C \\ BE=CF \end{cases}$$

∴$\triangle ABE \cong \triangle DCE(\mathrm{AAS})$，

∴$AB=CD$.

19. 如图，在 $ABCD$ 中，$\angle DCB=30^{\circ}$.



（1）操作：用尺规作图法过点D作AB边上的高DE；（保留作图痕迹，不要求写作法）

（2）计算：在（ ）的条件下，若$AD=4$，$AB=6$，求梯形$EBCD$的面积.

【答案】（1）作图见解析；

（2）$12-2\sqrt{3}$.

【解析】

【分析】（ ）根据作垂线的尺规作图的方法即可；

（2）先由平行四边形的性质得出$CD=AB=6$，再利用$30°$所对直角边是斜边的一半求出DE的长，再利用求梯形面积的方法即可求解.

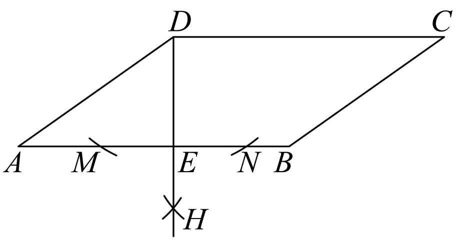
【小问1详解】

①以D为圆心，任意长度为半径画弧，交AB于点M、N，

②分别以M、N为圆心，MD的长度为半径画弧，两弧交于点H，

③连接DH，交AB于点E，

如图，



∴DE即为所求；

【小问2详解】

∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$CD=AB=6$，

由（ ）得：$DE\perp AB$，

∵$\angle DCB=30°$，

∴$DE=\frac{1}{2}AD=2$，

由勾股定理得：$AE=\sqrt{AD^2-DE^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，

∴$BE=6-2\sqrt{3}$，

∴梯形$EBCD$ 面积为$\frac{1}{2}(BE+CD)\times DE=\frac{1}{2}(6-2\sqrt{3}+6)\times 2=12-2\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查了尺规作图，平行四边形的性质，$30°$所对直角边是斜边的一半，梯形面积公式和勾股定

理，熟练掌握知识点的应用是解题的关键.

20. 已知 $A=\left(\frac{2}{x+1}-\frac{1}{x}\right)\div\frac{x^2-x}{x^2+2x+1}$.

（1）化简 A；

（2）若已知 $x^2-x-1=0$，求 A 的值.

【答案】（1）$\frac{x+1}{x^2}$；

（2）　.

【解析】

【分析】（ ）先计算括号中的异分母分式减法，同时将除法写成乘法，再计算乘法即可；

（2）用整体代入求值求值即可；

本题考查了分式的化简求值，掌握分式的混合运算法则是解题的关键.

【小问 1 详解】

解：$A=\left(\frac{2}{x+1}-\frac{1}{x}\right)\div\frac{x^2-x}{x^2+2x+1}$，

$=\frac{x-1}{x(x+1)}\times\frac{(x+1)^2}{x(x-1)}$，

$=\frac{x+1}{x^2}$；

【小问 2 详解】

$\because x^2-x-1=0$，

$\therefore x^2=x+1$，

$\therefore$原式$=\frac{x^2}{x^2}=1$.

21. 已知一次函数 $y=2x+m$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 的图象交于 A， B 两点.

（1）当点 A 的坐标为 $(2,1)$ 时.

①求 m， k 的值；

②分别作出上述一次函数与反比例函数的大致图象(不用列表)，并依据图象，直接写出不等式 $\frac{k}{x}>2x+m$ 的解集；

（2）若将函数 $y=2x+m$ 的图象沿 y 轴向下平移 4 个单位长度后，点 A，B 恰好关于原点对称，求 m 的值.

【答案】（1）①$m=-3$，$k=2$；②画图见解析，$x<-\frac{1}{2}$ 或 $0<x<2$；

（2）$m=4$.

【解析】

【分析】（ ）①待定系数法求解析式即可；

②根据函数的图象即可求解；

（2）由一次函数 $y=2x+m$ 的图象沿 y 轴向下平移 4 个单位长度后，可得 $y=2x+m-4$，

又点 A，B 恰好关于原点对称，则 $\frac{m-4}{2}=0$，求解即可；

本题考查了待定系数法，一次函数的平移，一次函数和反比例函数的性质，熟练掌握知识点的应用是解题的关键.

【小问 1 详解】

①将点 $A(2,1)$ 代入一次函数 $y=2x+m$，得 $4+m=1$，

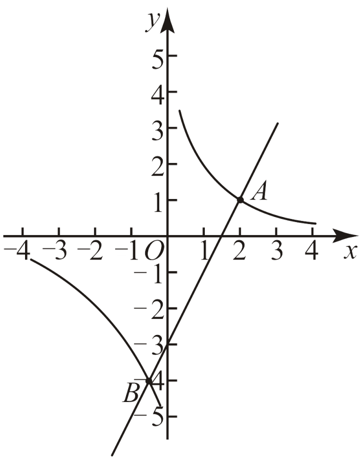
解得 $m=-3$，

将点 $A(2,1)$ 代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$，

得 $k=2\times1=2$；

②由①得一次函数 $y=2x-3$，反比例函数 $y=\frac{2}{x}$，

画图如图：



联立$\begin{cases} y=2x-3 \\ y=\dfrac{2}{x} \end{cases}$，解得：$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$或$\begin{cases} x=-\dfrac{1}{2} \\ y=-4 \end{cases}$，

根据图象可知：当$x<-\dfrac{1}{2}$或$0<x<2$时$\dfrac{k}{x}>2x+m$；

【小问2详解】

一次函数$y=2x+m$的图象沿y轴向下平移4个单位长度后，可得$y=2x+m-4$，

联立$\begin{cases} y=2x+m-4 \\ y=\dfrac{k}{x} \end{cases}$，

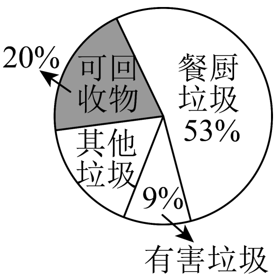
$\therefore 2x^2+(m-4)x-k=0$，

$\because$点A，B恰好关于原点对称，

$\therefore$点A，B的横坐标之和为 ，

$\therefore \dfrac{m-4}{2}=0$，解得$m=4$．

22. 《广州市生活垃圾分类管理条例》实施以来，我区多次组织共产党员到社区进行垃圾分类宣传志愿服务，带头破解小区垃圾分类难点、堵点问题，社区垃圾分类文明实践蔚然成风．生活垃圾分为四类：可回收物、餐厨垃圾、有害垃圾、其他垃圾，某校“玩转数学”小组在对当地垃圾分类调查中，绘制了如图所示的垃圾分类扇形统计图．



（1）求图中可回收物所在的扇形的圆心角的度数；

（2）据统计，生活垃圾中可回收物每吨可创造经济总价值约为0.15万元．若某镇某月生活垃圾清运总量为2000吨，请估计该月可回收物可创造的经济总价值是多少万元？

（3）为了进一步宣传垃圾分类知识，提升青少年环保参与意识，提高居民分类质量，学校开展了“桶边督导进小区，少年助力齐参与”垃圾分类宣传志愿者活动，每班每次从志愿报名参加的同学中派2名同学参加．甲班经选拔后，决定从小组 名男生和2名女生中随机抽取2名同学在党员教师的带领下参加小区的宣传服务活动，求所抽取的学生中恰好是一男一女的概率．

【答案】（1）$72°$；

（2）估计该月可回收物可创造的经济总价值是60万元；

（3）$\frac{3}{5}$.

【解析】

【分析】（ ）根据统计图中的数据用$360°$乘以可回收物所占百分比，可以计算可回收物所对应的扇形圆心角的度数；

（2）根据统计图中的数据，可以计算出该市2000吨垃圾中可回收物的吨数；

（ ）列表后利用概率公式求解可得；

本题考查扇形统计图以及利用列表法求概率．从统计图中有效的获取信息，利用频数除以百分比求出总数，熟练掌握列表法求概率，是解题的关键．

【小问1详解】

解：$360°\times20\%=72°$，

答：可回收物所在的扇形的圆心角的度数为$72°$；

小问2详解】

解：$2000\times20\%\times0.15=60$（万元）；

答：估计该月可回收物可创造的经济总价值是60万元；

【小问3详解】

解：用A、B、C表示 名男生，用D、E表示两名女生，列表如下：

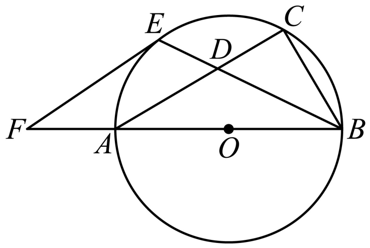
	A	B	C	D	E
A		(A,B)	(A,C)	(A,D)	(A,E)
B	(B,A)		(B,C)	(B,D)	(B,E)
C	(C,A)	(C,B)		(C,D)	(C,E)
D	(D,A)	(D,B)	(D,C)		(D,E)

E	(E,A)	(E,B)	(E,C)	(E,D)	

共有20种等可能的结果，其中所选的学生恰好是一名男生和一名女生的结果有12种，

$\therefore P=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$.

23. 如图，以$Rt\triangle ABC$的一边AB为直径作$\triangle ABC$的外接圆$\odot O$，$\angle B$的平分线BE交AC于D，交$\odot O$于E，过E作$EF\parallel AC$交BA的延长线于F.



（1）判断EF是否是$\odot O$切线，并证明你的结论；

（2）连接AE，若$AE=2\sqrt{5}$，$AB=10$，求点C到直线AB的距离.

【答案】（1）EF是$\odot O$的切线，证明见解析；

（2）$\frac{24}{5}$.

【解析】

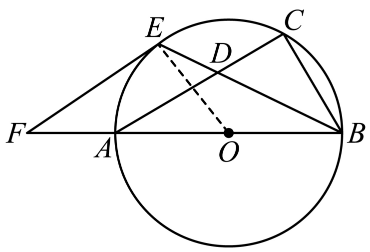
【分析】（ ）根据角平分线的定义，圆周角定理以及垂径定理得出$OE\perp AC$，再根据平行线的性质得到$EF\perp OE$，由切线的判定方法即可得出结论；

（2）根据圆周角定理，相似三角形的判定和性质，勾股定理求出EF，OF，再由相似三角形的性质和勾股定理求出AC、BC，由三角形的面积公式进行计算即可；

本题考查切线的判定和性质，圆周角定理，相似三角形的判定和性质，掌握切线的性质和判定方法，圆周角定理，相似三角形的判定和性质以及勾股定理是解题的关键.

【小问1详解】

解：EF是$\odot O$切线，证明如下：如图，连接OE，



$\because BE$是$\angle ABC$的平分线,

$\therefore \angle ABE=\angle CBE=\frac{1}{2}\angle ABC$,

$\therefore AE=CE$,

$\therefore OE\perp AC$,

$\because EF\parallel AC$,

$\therefore OE\perp EF$,

$\because OE$是$\odot O$ 半径,

$\therefore EF$是$\odot O$的切线;

【小问 2 详解】

$\because AB$是$\odot O$的直径,

$\therefore \angle AEB=\angle ACB=90^{\circ}$,

$\therefore \angle EAB+\angle EBA=90^{\circ}$,

在$Rt\triangle AEB$中, $AB=10$, $AE=2\sqrt{5}$,

$\therefore BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=4\sqrt{5}$,

$\because OA=OE$,

$\therefore \angle EAO=\angle AEO$,

$\because \angle OEF=90^{\circ}$, 即$\angle AEF+\angle AEO=90^{\circ}$,

$\therefore \angle AEF=\angle ABE$,

$\because \angle F=\angle F$,

$\therefore \triangle FAE\backsim\triangle FEB$,

$\therefore \frac{AF}{EF}=\frac{EF}{BF}=\frac{AE}{EB}=\frac{2\sqrt{5}}{4\sqrt{5}}=\frac{1}{2}$,

设$EF=x$, 则$BF=2x$, $OF=2x-5$,

$Rt\triangle OEF$中, $EF=x$, $OE=5$, $OF=2x-5$,

$\because OE^2+EF^2=OF^2$, 即$25+x^2=(2x-5)^2$,

解得$x=\frac{20}{3}$或$x=0$ (舍去),

即$EF=\frac{20}{3}$, $OF=2x-5=\frac{25}{3}$,

$\because EF\parallel AC$,

$\therefore \angle F=\angle BAC$，

$\because \angle OEF=\angle BCA=90^{\circ}$，

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle FOE$，

$\therefore \dfrac{AC}{BC}=\dfrac{EF}{OE}=\dfrac{4}{3}$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$AB=10$，$\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{4}{3}$，

$\therefore AC=8$，$BC=6$，

$\therefore$点C到AB的距离为$\dfrac{8\times 6}{10}=\dfrac{24}{5}$．

24. 过点$B\left(4,\sqrt{2}\right)$，$C\left(-1,\sqrt{2}\right)$的抛物线$y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x^2+bx+c$与$y$轴交于点A．

（1）求b，　的值；

（2）直线BC交y轴于点D，点E是抛物线$y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x^2+bx+c$上位于直线$AB$下方的一动点，过点$E$作直线$AB$的垂线，垂足为$F$．

①求EF的最大值；

②当$\angle ABC=\dfrac{1}{2}\angle FAE$时，求点$E$的坐标.

【答案】（1）$b=-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，$c=-\sqrt{2}$；

（2）①EF最大值为$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$；②$E\left(2,-2\sqrt{2}\right)$．

【解析】

【分析】本题考查了二次函数，一次函数的性质及解直角三角形，解题的关键是熟练掌握知识点的应用.

（ ）直接利用待定系数法，把$B\left(4,\sqrt{2}\right)$、$C\left(-1,\sqrt{2}\right)$代入抛物线$y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x^2+bx+c$即可求得；

（2）①直线AB的解析式为$y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x-\sqrt{2}$，先求出设$BC$与$x$轴交于点$D$，过$E$作$EH\perp x$轴于点$H$，交$AB$于点$G$，根据$\cos\angle FEG=\cos\angle HBG$，即$\dfrac{EF}{GE}=\dfrac{BD}{AB}=\dfrac{4}{2\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，得$EF=\dfrac{\sqrt{6}}{3}EG$，设点$G\left(x,\dfrac{\sqrt{2}}{2}x-\sqrt{2}\right)$，则点$E\left(x,\dfrac{\sqrt{2}}{2}x^2-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}x-\sqrt{2}\right)$，则

$GE=\frac{\sqrt{2}}{2}x-\sqrt{2}-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x^2-\frac{3\sqrt{2}}{2}x-\sqrt{2}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}(x-2)^2+2\sqrt{2}$，求出$GE$最大值$2\sqrt{2}$即可；

②由B、C的坐标特点，得到$BC\parallel x$轴，又$\angle ABC=\frac{1}{2}\angle FAE$和直线的解析式即可求得；

【小问1详解】

把$B\left(4,\sqrt{2}\right)$、$C\left(-1,\sqrt{2}\right)$代入抛物线$y=\frac{\sqrt{2}}{2}x^2+bx+c$可得，$\begin{cases}\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 4^2+4b+c\\ \sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\times(-1)^2-b+c\end{cases}$，

解得$\begin{cases}b=-\frac{3\sqrt{2}}{2}\\ c=-\sqrt{2}\end{cases}$；

【小问2详解】

由（ ）得，抛物线的解析式为$y=\frac{\sqrt{2}}{2}x^2-\frac{3\sqrt{2}}{2}x-\sqrt{2}$，

$\therefore A\left(0,-\sqrt{2}\right)$，

$\because B\left(4,\sqrt{2}\right)$，

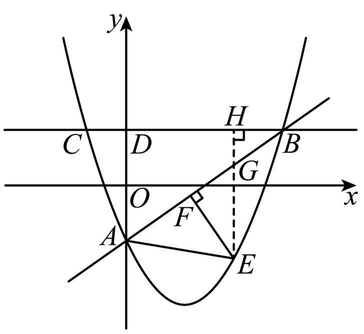
设直线AB的解析式为$y=kx+b$，

把$A\left(0,-\sqrt{2}\right)$、$B\left(4,\sqrt{2}\right)$代入解析式$y=kx+b$得，

$\begin{cases}0+b=-\sqrt{2}\\ 4k+b=\sqrt{2}\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ b=-\sqrt{2}\end{cases}$，

$\therefore$直线AB的解析式为$y=\frac{\sqrt{2}}{2}x-\sqrt{2}$，

设BC与x轴交于点D，过E作$EH\perp x$轴于点H，交AB于点G，



$\therefore\angle EFG=\angle BHG=90^\circ$，

$\therefore \angle FEG = \angle HBG$，

由 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - \frac{3\sqrt{2}}{2}x - \sqrt{2}$ 得 $D\left(0, \sqrt{2}\right)$，

又 $A\left(0, -\sqrt{2}\right)$，$B\left(4, \sqrt{2}\right)$，$C\left(-1, \sqrt{2}\right)$，

$\therefore BD = 4$，$AC = 2\sqrt{2}$，

$\therefore$ 由勾股定理得：$AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2 + 4^2} = 2\sqrt{6}$，

$\therefore \cos\angle FEG = \cos\angle HBG$，即 $\frac{EF}{GE} = \frac{BD}{AB} = \frac{4}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$，

$\therefore EF = \frac{\sqrt{6}}{3}EG$，

设点 $G\left(x, \frac{\sqrt{2}}{2}x - \sqrt{2}\right)$，则点 $E\left(x, \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - \frac{3\sqrt{2}}{2}x - \sqrt{2}\right)$，

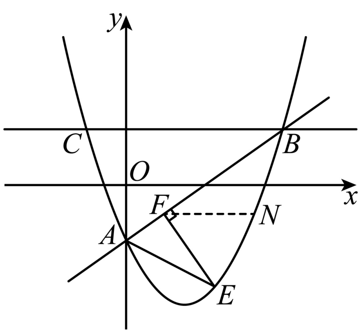
则 $GE = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \sqrt{2} - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - \frac{3\sqrt{2}}{2}x - \sqrt{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}(x-2)^2 + 2\sqrt{2}$，

$\because -\frac{\sqrt{2}}{2} < 0$，

故当 $x = 2$ 时，GE 有最大值 $2\sqrt{2}$，

$\therefore EF$ 的最大值为 $\frac{\sqrt{6}}{3} \times 2\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$；

②过点 F 作 $FN \parallel CB$ 交抛物线于点 N，则 $\angle ABC = \angle BFN$，



$\because \angle ABC = \frac{1}{2}\angle FAE$，则 $\angle EFN = \angle ABC$，

而直线 AB 的表达式为 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \sqrt{2}$，

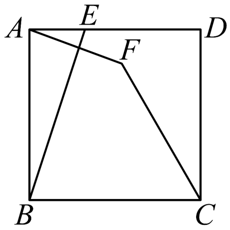
则 AE 的表达式为：$y=-\frac{\sqrt{2}}{2}x-\sqrt{2}$，

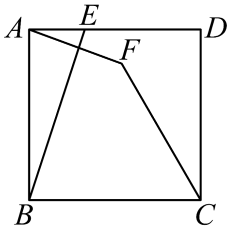
联立直线 AE 的表达式和抛物线的表达式得：$-\frac{\sqrt{2}}{2}x-\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}x^2-\frac{3\sqrt{2}}{2}x-\sqrt{2}$，

解得：$x=0$（舍去）或 2，

则点 E 的坐标为 $\left(2,-2\sqrt{2}\right)$.

25. 如图，正方形 $ABCD$ 中，点 E 在边 AD 上(不与端点 A，D 重合)，点 A 关于直线 BE 的对称点为点 F，连接 CF，设 $\angle ABE=\alpha$.





备用图

（1）求 $\angle BCF$ 的大小（用含 α 的式子表示）；

（2）过点 C 作 $CG\perp AF$，垂足为 G，连接 DG．试判断 DG 与 CF 的位置关系，并证明所得的结论；

（3）将 $\triangle ABE$ 绕点 B 顺时针旋转 $90°$ 得到 $\triangle CBH$，点 E 的对应点为点 H，连接 BF，HF．当 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$ 时，判断 $\triangle BFH$ 的形状，并说明理由．

【答案】（1）$\angle BCF$

（2）$DG\parallel CF$，见解析

（3）$\triangle BFH$ 是等腰三角形，见解析

【解析】

【分析】（1）如图 1，连接 BF，由正方形，轴对称的性质可得 $BC=AB=BF$，$\angle ABC=90°$，$\angle ABF=2\angle ABE=2\alpha$，则 $\angle CBF=\angle ABC-\angle ABF=90°-2\alpha$，根据 $\angle BCF=\angle BFC=\frac{180°-\angle CBF}{2}$，计算求解即可；

（2）如图 2，连接 AC，由 $\angle AGC=90°=\angle ADC$，可知 A、D、G、C 四点共圆，则 $\angle AGD=\angle ACD=45°$，由 $\angle CFG=180°-\angle BFA-\angle BFC=45°$，可得 $\angle CFG=45°=\angle AGD$，进而可证 $DG\parallel CF$；

（3）如图 3，过 H 作 $HN\perp BF$ 于 N，由旋转的性质可知，$\angle EBH=90°$，$BH=BE$，证明

$\triangle HBN\cong\triangle BEA(\text{AAS})$，则$BN=AE$，$HN=AB$，设$CH=AE=BN=a$，由$\sin\alpha=\frac{AE}{BE}=\frac{a}{BE}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，可求$BE=\sqrt{5}a$，由勾股定理得，$AB=2a$，即$HN=BF=AB=2a$，由$FN=BF-BN=a=BN$，$HN\perp BF$，可证$\triangle BFH$是等腰三角形.

【小问 1 详解】

解：如图 1，连接BF，

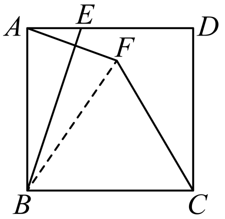


图1

∵正方形$ABCD$，点A关于直线BE的对称点为点F，

∴$BC=AB=BF$，$\angle ABC=90°$，$\angle ABF=2\angle ABE=2\alpha$，

∴$\angle CBF=\angle ABC-\angle ABF=90°-2\alpha$，

∴$\angle BCF=\angle BFC=\frac{180°-\angle CBF}{2}=45°+\alpha$，

∴$\angle BCF$的度数为$45°+\alpha$；

【小问 2 详解】

解：$DG\parallel CF$，证明如下；

如图 2，连接AC，

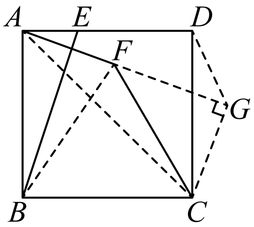


图2

∵$\angle AGC=90°=\angle ADC$，

∴A、D、G、C四点共圆，

∴$\angle AGD=\angle ACD=45°$，

∵$\angle FBE=\angle ABE=\alpha$，

∴$\angle BFA=90°-\alpha$，

∴$\angle CFG=180°-\angle BFA-\angle BFC=180°-(90°-\alpha)-(45°+\alpha)=45°$，

$\therefore \angle CFG = 45° = \angle AGD$，

$\therefore DG \parallel CF$；

【小问3详解】

解：$\triangle BFH$ 是等腰三角形，理由如下；

如图3，过 H 作 $HN \perp BF$ 于 N，

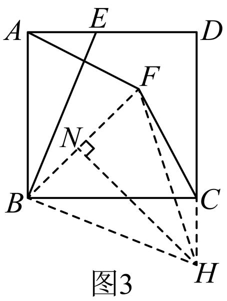


图3

由旋转的性质可知，$\angle EBH = 90°$，$BH = BE$，

$\therefore \angle HBF = \angle EBH - \angle FBE = 90° - \alpha$，

$\because \angle BEA = 90° - \alpha$，

$\therefore \angle HBN = \angle BEA$，

$\because \angle HBN = \angle BEA$，$\angle HNB = \angle BAE = 90°$，$BH = BE$，

$\therefore \triangle HBN \cong \triangle BEA(\mathrm{AAS})$，

$\therefore BN = AE$，$HN = AB$，

设 $CH = AE = BN = a$，

$\therefore \sin\alpha = \dfrac{AE}{BE} = \dfrac{a}{BE} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$，

解得，$BE = \sqrt{5}a$，

由勾股定理得，$AB = \sqrt{BE^2 - AE^2} = 2a$，

$\therefore HN = BF = AB = 2a$，

$\therefore FN = BF - BN = a = BN$，

又$\because HN \perp BF$，

$\therefore \triangle BFH$ 是等腰三角形.

【点睛】本题考查了正方形的性质，轴对称的性质，等腰三角形的判定与性质，三角形内角和定理，四点共圆，平行线的判定，正弦，全等三角形的判定与性质，勾股定理等知识．熟练掌握正方形的性质，轴对称的性质，等腰三角形的判定与性质，三角形内角和定理，四点 共圆，平行线的判定，正弦，全等三角形

的判定与性质，勾股定理是解题的关键.