第二十二章 二次函数·培优卷

【人教版】

考试时间：120 分钟 满分：120 分

姓名：__________班级：__________考号：__________

考卷信息：

本卷试题共 24 题，单选 10 题，填空 6 题，解答 8 题，满分 120 分，限时 120 分钟，本卷题型针对性较高，覆盖面广，选题有深度，可衡量学生掌握本章内容的具体情况！

第Ⅰ卷

一．选择题（共 10 小题，满分 30 分，每小题 3 分）

1．（3 分）（24-25 九年级上·河南新乡·期末）下列各式中，y是x的二次函数的是（ ）

A．$y=2x-3$　　B．$y=x^2-5x+13$

C．$y=x^2-(x+2)(x-3)$　　D．$y=x^2-\frac{1}{x}+2$

2．（3 分）（24-25 八年级下·湖南长沙·期末）二次函数$y=\frac{1}{3}x^2+3$的图象是一条抛物线，则下列说法错误的是（ ）

A．抛物线开口向上　　B．抛物线经过点$(3,6)$

C．抛物线的顶点是$(1,3)$　　D．当$x>0$时，y随x的增大而增大

3．（3 分）（2025·浙江杭州·三模）已知一个二次函数$y=ax^2+bx+c$的自变量 x 与函数 y 的几组对应值如下表,则这个二次函数图象的对称轴是直线（ ）

x	…..	-4	-2	0	3	5	…..
y	…..	$-m^2-21$	$-m^2-5$	0	$-m^2$	$-m^2-12$	…..

A．$x=-1$　　B．$x=0$　　C．$x=\frac{1}{2}$　　D．$x=1$

4．（3 分）（24-25 八年级下·湖南长沙·期末）若点$A(-2,y_1)$，$B(2,y_2)$，$C(3,y_3)$在抛物线$y=2(x+1)^2+m$上，则y_1，y_2，y_3的大小关系是（ ）

A．$y_1<y_2<y_3$　B．$y_2<y_1<y_3$　C．$y_2<y_3<y_1$　D．$y_3<y_2<y_1$

5．（3 分）（24-25 九年级上·山东烟台·期中）已知二次函数$y=x^2-bx+1$在$-1\le x\le 2$时最小值为-3，则 b 的值为（ ）

A．4　　B．4 或-5　　C．-5　　D．±4或-5

6. （3分）（2025陕西西安·模拟预测）已知抛物线$y=a(x+3)^2+2$（a为常数，$a\neq 0$），将抛物线向下平移4个单位长度后得到的抛物线与x轴两个交点间的距离为4，则a的值为（　）

A．-2　　B．2　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

7. （3分）（2025九年级下·湖北·学业考试）已知不等式$ax^2-5x+b>0$的解集为$-3<x<2$，则不等式$bx^2-5x+a<0$的解集是（　）

A．$x<-\frac{1}{2}$或$x>\frac{1}{3}$　　B．$x<-\frac{1}{3}$或$x>\frac{1}{2}$

C．$-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{3}$　　D．$-\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}$

8. （3分）（24-25九年级上·福建漳州·阶段练习）若a，$b(a<b)$是关于x的方程$(x-m)(x-n)+2022=0(m<n)$的两个实数根，则实数a，b，m，n的大小关系是（　）

A．$a<b<m<n$　B．$m<n<a<b$　C．$a<m<n<b$　D．$m<a<b<n$

9. （3分）（2025·天津红桥·三模）冬季蔬菜大棚内某天的温度T（单位：℃）与时间t（单位：h）满足函数关系式$T=-0.1t^2+2.4t+5$，其中$0\leq t\leq 24$．有下列结论：

①蔬菜大棚内当天的温度T可以是16℃；

②蔬菜大棚内当天的温度T的最大值为20℃；

③蔬菜大棚内当天的温度T不低于19℃的时长为4h．

其中，正确结论的个数是（　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

10. （3分）（2025·福建漳州·模拟预测）已知直线$y=x+3$与抛物线$y=x^2+(m-2)x+2m-1$交于A、B两点（点A在点B的左侧），与x轴交于点C，若抛物线的对称轴是y轴，则$S_{\Delta ABO}:S_{\Delta ACO}$等于（）

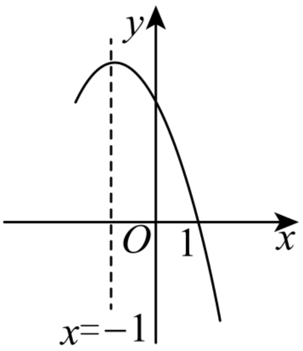
A．1：2　　B．1：3　　C．1：4　　D．3：4

二．填空题（共6小题，满分18分，每小题3分）

11. （3分）（24-25九年级上·甘肃庆阳·期中）请任意写出一个图象开口向上，且顶点坐标为$(-1,2)$的二次函数解析式：______．

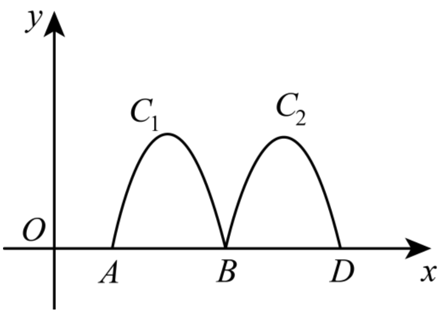
12. （3分）（2025·山西临汾·三模）将抛物线$y=x^2-6x+1$向左平移2个单位长度，再向上平移3个单位长度，得到的抛物线的顶点坐标是________．

13. （3分）（24-25九年级上·全国·期末）已知二次函数$y=-x^2+bx+c$的部分图象如图所示．若$y>0$，则x的取值范围是______．

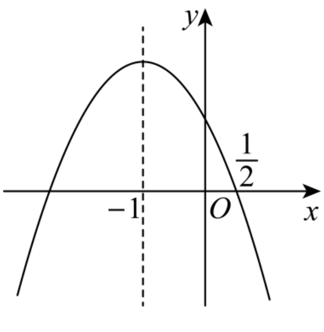


14. （3分）（2025·浙江杭州·三模）若二次函数$y=-ax^2+bx+2$有最大值为4，则$y=a(x+1)^2-b(x+1)-2$的最小值是____.

15. （3分）如图，抛物线$y=-2x^2+8x-6$与x轴交于点A，B，把抛物线在x轴及其上方的部分记作C_1，将C_1向右平移得C_2，C_2与x轴交于点B，D，若直线$y=x+m$与C_1，C_2共有3个不同的交点，则m的取值范围是________.



16. （3分）（24-25九年级上·广东江门·期中）如图，抛物线$y=ax^2+bx+c$的对称轴为直线$x=-1$，且过点$\left(\frac{1}{2},0\right)$，有下列结论①$abc>0$；②$a-2b+4c>0$；③$25a-10b+4c=0$；④$3b+2c>0$；其中所有正确的结论是________.



第II卷

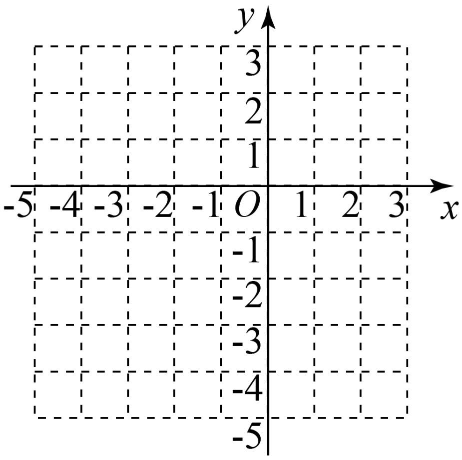
三．解答题（共8小题，满分72分）

17. （6分）（22-23九年级上·北京昌平·期中）二次函数图象上部分点的横坐标x，纵坐标y的对应值如下表：

x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	…
y	…	5	0	-3	-4	-3	0	5	…

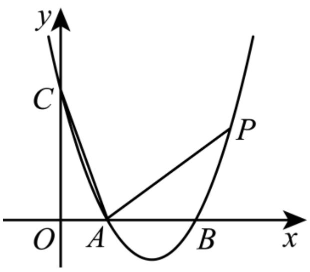
(1)求这个二次函数的表达式；

(2)在图中画出这个二次函数的图象；



(3)当$-3<x<0$时，直接写出y的取值范围.

18. （6分）（24-25九年级上·全国·单元测试）抛物线$y=mx^2-4mx+3$与x轴的交点为$A(1,0)$，B，与y轴交于点C.



(1)求抛物线的解析式；

(2)P为抛物线第一象限上的一点，若$\angle PAC=\angle OAC$，求点P的坐标；

19. （8分）已知函数 $y=x^2+(m-3)x+1-2m$（m为常数）.

（1）求证：不论m为何值，该函数的图像与x轴总有两个公共点.

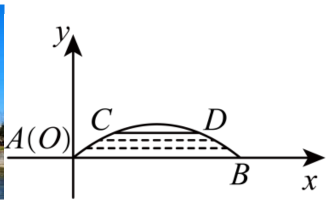
（2）不论m为何值，该函数的图像都会经过一个定点，求定点的坐标.

20. （8分）（2024·北京·模拟预测）在平面直角坐标系xOy中，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$是抛物线$y=ax^2+bx+c(a>0)$上任意两点，设抛物线的对称轴为$x=t$.

(1)若对于$x_1=3,x_2=4$，有$y_1=y_2$，求t的值；

(2)若对于$2<x_1<3,3<x_2<4$，都有$y_1<y_2$，求t的取值范围.

21．（10分）（23-24九年级上·陕西延安·期中）有一座抛物线型拱桥，在正常水位时水面宽$AB=20\mathrm{m}$，当水位上升$3\mathrm{m}$时，水面宽$CD=10\mathrm{m}$．按如图所示建立平面直角坐标系．

(1)求此抛物线的函数表达式；

(2)有一条船以$6\mathrm{km}/\mathrm{h}$的速度向此桥径直驶来，当船距离此桥$36\mathrm{km}$时，桥下水位正好在AB处，之后水位每小时上涨$0.3\mathrm{m}$，为保证安全，当水位达到距拱桥最高点$2\mathrm{m}$时，将禁止船只通行．如果该船的速度不变，那么它能否安全通过此桥?

22．（10分）在平面直角坐标系中，设二函数$y_1=(x-m)(x+m+2)$，其中$m\neq0$

（1）求证：函数y_1与x轴有交点；

（2）若函数$y_2=mx+n$经过函数y_1的顶点，求实数m，n的关系式；

（3）已知点$P(-3,a)$，$Q(x_1,b)$在函数y_1的图象上，若$a\geqslant b$，求x_1的取值范围．

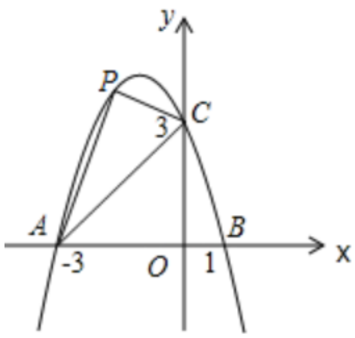
23．（12分）（2024·江苏盐城·中考真题）请根据以下素材，完成探究任务．

<table>
<tr><td colspan="3">制定加工方案</td></tr>
<tr><td rowspan="2">生产背景</td><td>背景1</td><td>◆某民族服装厂安排70名工人加工一批夏季服装，有“风”“雅”“正”三种样式．
◆因工艺需要，每位工人每天可加工且只能加工“风”服装2件，或“雅”服装1件，或“正”服装1件．
◆要求全厂每天加工“雅”服装至少10件，“正”服装总件数和“风”服装相等．</td></tr>
<tr><td>背景2</td><td>每天加工的服装都能销售出去，扣除各种成本，服装厂的获利情况为：
①“风”服装：24元/件；
②“正”服装：48元/件；
③“雅”服装：当每天加工10件时，每件获利100元；如果每天多加工1件，那么平均每件获利将减少2元．</td></tr>
<tr><td colspan="2">信息整理</td><td>现安排x名工人加工“雅”服装，y名工人加工“风”服装，列表如下：
<table><tr><td>服装种类</td><td>加工人数（人）</td><td>每人每天加工量（件）</td><td>平均每件获利（元）</td></tr></table></td></tr>
</table>

风	y	2	24
雅	x	1	
正		1	48

探究任务	任务1	探寻变量关系	求 x、y 之间的数量关系．
	任务2	建立数学模型	设该工厂每天的总利润为 w 元，求 w 关于 x 的函数表达式．
	任务3	拟定加工方案	制定使每天总利润最大的加工方案．

24．（12分）如图，抛物线经过点$A(-3,0)$、$B(1,0)$、$C(0,3)$．



（1）求抛物线的解析式；

（2）点$P(m,n)$是抛物线上的动点，当$-3<m<0$时，试确定 m 的值，使得$\triangle PAC$的面积最大；

（3）抛物线上是否存在不同于点 B 的点 D，满足$DA^2-DC^2=6$，若存在，请求出点 D 的坐标；若不存在，请说明理由．

第二十二章 二次函数·培优卷

【人教版】

参考答案与试题解析

第Ⅰ卷

一．选择题（共10小题，满分30分，每小题3分）

1．（3分）（24-25九年级上·河南新乡·期末）下列各式中，y是x的二次函数的是（ ）

A．$y=2x-3$　　B．$y=x^2-5x+13$

C．$y=x^2-(x+2)(x-3)$　　D．$y=x^2-\frac{1}{x}+2$

【答案】B

【分析】本题主要考查了二次函数的定义，掌握形如$y=ax^2+bx+c$（a、b、c为常数，$a\neq0$的函数）叫二次函数成为解题的关键．

根据二次函数的定义逐个判断即可．

【详解】解：A．y是x的一次函数，不是二次函数，故本选项不符合题意；

B．$y=x^2-5x+13$是二次函数，故本选项符合题意；

C．$y=x^2-(x+2)(x-3)=x+6$，y是x的一次函数，故本选项不符合题意；

D．$y=x^2-\frac{1}{x}+2$不是二次函数，故本选项不符合题意．

故选：B．

2．（3分）（24-25八年级下·湖南长沙·期末）二次函数$y=\frac{1}{3}x^2+3$的图象是一条抛物线，则下列说法错误的是（ ）

A．抛物线开口向上　　B．抛物线经过点$(3,6)$

C．抛物线的顶点是$(1,3)$　　D．当$x>0$时，y随x的增大而增大

【答案】C

【分析】本题考查二次函数的性质，根据二次函数的标准式形式，分析开口方向、顶点坐标、对称轴及增减性，逐一验证各选项的正确性．

【详解】解：A、抛物线开口方向由二次项系数决定，因$a=\frac{1}{3}>0$，故开口向上，A正确，不符合题意；

B、将$x=3$代入函数，得$y=\frac{1}{3}(3)^2+3=3+3=6$，故抛物线经过点$(3,6)$，B正确，符合题意；

C、函数为$y=\frac{1}{3}x^2+3$，属于标准形式$y=ax^2+k$，顶点坐标为$(0,3)$，而非$(1,3)$，C错误，符合题意；

D、因开口向上，对称轴为y轴（$x=0$），当$x>0$时，y随x增大而递增，D正确，不符合题意．

故选：C．

3．（3分）（2025·浙江杭州·三模）已知一个二次函数$y=ax^2+bx+c$的自变量x与函数y的几组对应值如下表,则这个二次函数图象的对称轴是直线（ ）

x	…..	-4	-2	0	3	5	…..
y	…..	$-m^2-21$	$-m^2-5$	0	$-m^2$	$-m^2-12$	…..

A．$x=-1$　　B．$x=0$　　C．$x=\frac{1}{2}$　　D．$x=1$

【答案】D

【分析】本题主要考查二次函数，理解表格信息，掌握待定系数法是关键．

通过观察表格中$x=0$时$y=0$，确定$c=0$，函数式为$y=ax^2+bx$，利用其他点的坐标建立方程组，解得$a=-1$，$b=2$，从而对称轴为$x=1$．

【详解】解：1．确定c的值：当$x=0$时，$y=0$，代入函数式得$c=0$，故函数式为$y=ax^2+bx$，

2．建立方程组：

当$x=-4$时，$y=16a-4b=-m^2-21$①；

当$x=-2$时，$y=4a-2b=-m^2-5$②；

当$x=3$时，$y=9a+3b=-m^2$③；

当$x=5$时，$y=25a+5b=-m^2-12$④；

3．解方程组：

③－②得，$a+b=1$，

①－②×2得，$8a=m^2-11$，则$a=\frac{m^2-11}{8}$，

①－②×4得，$4b=3m^2-1$，则$b=\frac{3m^2-1}{4}$，

$\therefore a+b=\frac{m^2-11}{8}+\frac{3m^2-1}{4}=1$，

整理得，$7m^2=21$，

解得，$m^2=3$，

$\therefore a=\frac{m^2-11}{8}=\frac{3-11}{8}=-1$，$b=\frac{3m^2-1}{4}=\frac{3\times3-1}{4}=2$，

4．求对称轴：对称轴公式为$x=-\frac{b}{2a}$，代入$a=-1$，$b=2$，得$x=1$，

$\therefore$二次函数图象的对称轴是直线$x=1$，

故选：D.

4. （3分）（24-25八年级下·湖南长沙·期末）若点$A(-2,y_1)$，$B(2,y_2)$，$C(3,y_3)$在抛物线$y=2(x+1)^2+m$上，则y_1，y_2，y_3的大小关系是（ ）

A. $y_1<y_2<y_3$ B. $y_2<y_1<y_3$ C. $y_2<y_3<y_1$ D. $y_3<y_2<y_1$

【答案】A

【分析】本题主要考查二次函数图象上点的坐标特征，由抛物线开口向下且对称轴为直线$x=-1$知离对称轴水平距离越远，函数值越大，据此求解可得.

【详解】解：抛物线$y=2(x+1)^2+m$的对称轴为$x=-1$，开口向上，

点$A(-2,y_1)$的距离为$|-2-(-1)|=1$，

点$B(2,y_2)$的距离为$|2-(-1)|=3$，

点$C(3,y_3)$的距离为$|3-(-1)|=4$，

由于开口向上，距离对称轴越远，y值越大，

$\because 4>3>1$，

$\therefore y_1<y_2<y_3$.

故选：A.

5. （3分）（24-25九年级上·山东烟台·期中）已知二次函数$y=x^2-bx+1$在$-1\le x\le 2$时最小值为-3，则b的值为（ ）

A. 4 B. 4或-5 C. -5 D. ±4或-5

【答案】B

【分析】本题主要考查二次函数的图象与性质，熟练掌握二次函数的图象与性质是解题的关键．根据题意易得二次函数开口向上，其最小值可能在顶点或区间端点处，需分顶点在区间内、左侧、右侧三种情况讨论，结合最小值条件求解.

【详解】解：由二次函数$y=x^2-bx+1=\left(x-\frac{b}{2}\right)^2+\frac{4-b^2}{4}$，

$\therefore$二次函数图象的对称轴为直线$x=\frac{b}{2}$，开口向上，且顶点坐标为$\left(\frac{b}{2},\frac{4-b^2}{4}\right)$，

当 $-1\le\frac{b}{2}\le2$ 即 $-2\le b\le4$ 时，顶点处取最小值，代入顶点坐标得：

则$\frac{4-b^2}{4}=-3$，

解得 $b^2=16$，即 $b=\pm4$；

$\therefore b=4$；

当 $\frac{b}{2}<-1$ 即 $b<-2$ 时，最小值在 $x=-1$ 处，

则$y=1+b+1=b+2=-3$

解得 $b=-5$，满足 $b<-2$；

当 $\frac{b}{2}>2$ 即 $b>4$ 时，最小值在 $x=2$ 处，

则$y=2^2-2b+1=5-2b=-3$，

解得 $b=4$，但 $b>4$ 不成立，舍去，

综上，$b=4$或-5.

故选：B.

6. （3分）（2025陕西西安·模拟预测）已知抛物线$y=a(x+3)^2+2$（a为常数，$a\neq0$），将抛物线向下平移4个单位长度后得到的抛物线与x轴两个交点间的距离为4，则a的值为（　）

A. -2　　B. 2　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

【答案】D

【分析】本题考查抛物线的平移，抛物线与x轴的交点．将原抛物线向下平移4个单位后得到新抛物线，求出其解析式并确定与x轴的交点，利用交点间距为4建立方程求解a的值.

【详解】解：原抛物线为$y=a(x+3)^2+2$，向下平移4个单位后得到新抛物线$y=a(x+3)^2-2$.

令$y=0$，则$a(x+3)^2-2=0$，解得$x=-3\pm\sqrt{\frac{2}{a}}$，

$\therefore$新抛物线与x轴的两个交点坐标为$\left(-3+\sqrt{\frac{2}{a}},0\right)$，$\left(-3-\sqrt{\frac{2}{a}},0\right)$，

$\because$抛物线与x轴两个交点间的距离为4，

$\therefore\left(-3+\sqrt{\frac{2}{a}}\right)-\left(-3-\sqrt{\frac{2}{a}}\right)=4$，

$\therefore a=\frac{1}{2}$.

故选：D.

7. （3分）（2025九年级下·湖北·学业考试）已知不等式$ax^2-5x+b>0$的解集为$-3<x<2$，则不等式$bx^2-5x+a<0$的解集是（　）

A. $x<-\frac{1}{2}$或$x>\frac{1}{3}$　　B. $x<-\frac{1}{3}$或$x>\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}$

【答案】D

【分析】本题考查一元二次不等式的解法，由题意得方程$ax^2-5x+b=0$的解为$x=-3$或$x=2$，利用根与系数的关系可得 a，b 的值，代入即可得出不等式$bx^2-5x+a>0$的解集.

【详解】解：$\because$不等式$ax^2-5x+b>0$的解集为$-3<x<2$，

$\therefore$方程$ax^2-5x+b=0$的解为$x=-3$或$x=2$，

$\therefore -3+2=\frac{5}{a}$，$-3\times 2=\frac{b}{a}$，

解得$a=-5$，$b=30$，

$\therefore bx^2-5x+a<0$，即$30x^2-5x-5<0$，即$(2x-1)(3x+1)<0$，

解得：$-\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}$，

故不等式解集为$-\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}$，

故选：D.

8. （3分）（24-25九年级上·福建漳州·阶段练习）若a，$b(a<b)$是关于x的方程$(x-m)(x-n)+2022=0(m<n)$的两个实数根，则实数a，b，m，n的大小关系是（ ）

A．$a<b<m<n$ B．$m<n<a<b$ C．$a<m<n<b$ D．$m<a<b<n$

【答案】D

【分析】本题考查了一元二次方程的根与系数之间的关系，二次函数与一元二次方程，令抛物线解析式$y_1=(x-m)(x-n)$，得到抛物线与x轴交点的横坐标为m，n，再结合图象得抛物线$y_1=(x-m)(x-n)$与$y_2=-2022$交点，即交点横坐标为a，b，从而确定出a，b，m，n的大小关系，熟练掌握抛物线的性质是解题的关键.

【详解】解：令抛物线解析式$y_1=(x-m)(x-n)$，

当$y_1=0$，$(x-m)(x-n)=0$，

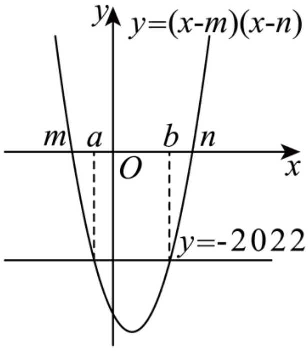
解得：$x_1=m$，$x_2=n$，

$\therefore$抛物线与x轴交点的横坐标为m，n，

$\therefore$抛物线$y_1=(x-m)(x-n)$与$y_2=-2022$交点，横坐标为a，b，

$\because m<n$，$a<b$，

$\therefore$如图，



$\therefore m<a<b<n$，

故选：D．

9．（3分）（2025·天津红桥·三模）冬季蔬菜大棚内某天的温度T（单位：℃）与时间t（单位：h）满足函数关系式$T=-0.1t^2+2.4t+5$，其中$0\le t\le 24$．有下列结论：

①蔬菜大棚内当天的温度T可以是16℃；

②蔬菜大棚内当天的温度T的最大值为20℃；

③蔬菜大棚内当天的温度T不低于19℃的时长为4h．

其中，正确结论的个数是（ ）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

【答案】C

【分析】本题主要考查了二次函数的应用，依据题意得，

$T=-0.1t^2+2.4t+5=-0.1(t-12)^2+19.4$，故当$t=12$时，$T$有最大值为19.4，且当$t<12$时，$T$随$t$的增大而增大，进而逐个判断可以得解．解题时要熟练掌握并能灵活运用二次函数的性质是关键．

【详解】解：由题意得，$T=-0.1t^2+2.4t+5=-0.1(t-12)^2+19.4$，

$\therefore$当$t=12$时，T有最大值为19.4，且当$t<12$时，T随t的增大而增大，故②错误．

$\because 0\le t\le 24$，且当$x=0$时，$y=5$，

$\therefore$蔬菜大棚内当天的温度T可以是16℃，故①正确．

令$T=19$，

$\therefore 19=-0.1(t-12)^2+19.4$．

$\therefore t=10$或$t=14$．

$\because T=-0.1(t-12)^2+19.4$的图象开口向下，

$\therefore$蔬菜大棚内当天的温度T不低于19℃的时长为：$14-10=4$小时，故③正确．

综上，正确的有①③，共 2 个．

故选：C.

10．（3分）（2025福建漳州·模拟预测）已知直线$y=x+3$与抛物线$y=x^2+(m-2)x+2m-1$交于A、B两点（点A在点B的左侧），与x轴交于点C，若抛物线的对称轴是y轴，则$S_{\triangle ABO}:S_{\triangle ACO}$等于（）

A．1：2　　B．1：3　　C．1：4　　D．3：4

【答案】B

【分析】本题考查了二次函数与一次函数综合．

由抛物线的对称轴为y轴，可求得$m=2$，联立直线与抛物线方程，解得交点$A(0,3)$、$B(1,4)$，直线与x轴交点$C(-3,0)$．利用三角形面积公式分别计算$\triangle ABO$和$\triangle ACO$的面积，再求比值即可．

【详解】解：抛物线对称轴为y轴，即顶点横坐标$-\frac{m-2}{2}=0$，解得$m=2$.

代入得抛物线方程$y=x^2+(m-2)x+2m-1$得$y=x^2+3$.

联立方程$y=x+3$和$y=x^2+3$，得$x^2-x=0$，

解得$x=0$或$x=1$.

$\therefore A(0,3)$和$B(1,4)$．

令$y=0$，代入$y=x+3$得$x=-3$，

即$C(-3,0)$．

$\because A(0,3)$、$B(1,4)$、$O(0,0)$．

$\therefore S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}\times3\times1=\frac{3}{2}$；

$\because A(0,3)$、$C(-3,0)$、$O(0,0)$．

$\therefore S_{\triangle ACO}=\frac{1}{2}\times3\times3=\frac{1}{2}\times9=\frac{9}{2}$；

$S_{\triangle ABO}:S_{\triangle ACO}=\frac{3}{2}:\frac{9}{2}=1:3$.

故选 B.

二．填空题（共 6 小题，满分 18 分，每小题 3 分）

11．（3 分）（24-25 九年级上·甘肃庆阳·期中）请任意写出一个图象开口向上，且顶点坐标为$(-1,2)$的二次函数解析式：______.

【答案】$y=(x+1)^2+2$（答案不唯一）

【分析】本题主要考查了根据顶点式求二次函数的解析式，设抛物线的解析式为$y=a(x+1)^2+2$，由条件可以得出$a>0$，从而即可得到答案．

【详解】解：设抛物线的解析式为$y=a(x+1)^2+2$，且抛物线的图象开口向上，

$\therefore a>0$，

$\therefore y=(x+1)^2+2$，

故答案为：$y=(x+1)^2+2$.

12. （3分）（2025·山西临汾·三模）将抛物线$y=x^2-6x+1$向左平移2个单位长度，再向上平移3个单位长度，得到的抛物线的顶点坐标是________.

【答案】$(1,-5)$

【分析】本题考查了二次函数的平移，以及二次函数一般式化顶点式，解题的关键在于正确掌握函数平移的规律．先把$y=x^2-6x+1$配成顶点式，再把函数先向左平移2个单位长度，向上平移3个单位长度，得到平移后的顶点式，即可得到平移后的抛物线的顶点坐标.

【详解】解：将抛物线$y=x^2-6x+1$化为顶点式有$y=(x-3)^2-8$，

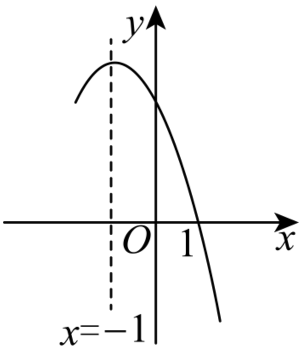
再向左平移2个单位长度，向上平移3个单位长度，

得$y=(x-3+2)^2-8+3=(x-1)^2-5$，

故平移后的抛物线的顶点坐标是$(1,-5)$，

故答案为：$(1,-5)$.

13. （3分）（24-25九年级上·全国·期末）已知二次函数$y=-x^2+bx+c$的部分图象如图所示．若$y>0$，则x的取值范围是______.



【答案】$-3<x<1$/$1>x>-3$

【分析】本题考查了抛物线与x轴的交点，对称轴与交点坐标的关系，利用数形结合的思想，正确求得抛物线与x轴的另一个交点的坐标是解题的关键.

根据抛物线的对称轴为$x=-1$，一个交点为$(1,0)$，可推出另一交点为$(-3,0)$，结合图象求出$y>0$时，x的范围.

【详解】解：根据抛物线的图象可知：抛物线的对称轴为$x=-1$，一个交点为$(1,0)$，

根据对称性，则另一交点为$(-3,0)$，

所以$y>0$，x的取值范围是$-3<x<1$，

故答案为：$-3<x<1$.

14. （3分）（2025·浙江杭州·三模）若二次函数$y=-ax^2+bx+2$有最大值为4，则$y=a(x+1)^2-b(x+1)-2$的最小值是____.

【答案】-4

【分析】本题考查了二次函数图像的平移，关于坐标轴对称的点的坐标特征；利用顶点坐标变换是解题的关键.

根据题意设二次函数$y=-ax^2+bx+2$的顶点坐标为$(m,4)$，且开口向下，根据平移可知$y=-a(x+1)^2+b(x+1)+2$的顶点坐标为$(m-1,4)$，根据关于x轴对称可知$y=a(x+1)^2-b(x+1)-2$的顶点坐标为$(m-1,-4)$，且开口向上，有最小值-4.

【详解】解：$\because$二次函数$y=-ax^2+bx+2$有最大值为4,

$\therefore$设二次函数$y=-ax^2+bx+2$的顶点坐标为$(m,4)$，

$\because y=-ax^2+bx+2$向左平移1个单位得到$y=-a(x+1)^2+b(x+1)+2$，

$\therefore y=-a(x+1)^2+b(x+1)+2$的顶点坐标为$(m-1,4)$，

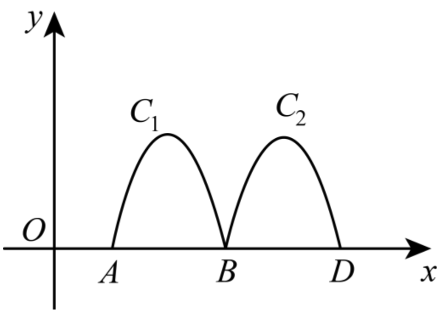
$\because y=-a(x+1)^2+b(x+1)+2$与$y=a(x+1)^2-b(x+1)-2$关于$x$轴对称，

$\therefore y=a(x+1)^2-b(x+1)-2$的顶点坐标为$(m-1,-4)$，且开口向上，

此时顶点坐标为$(m-1,-4)$，则最小值为-4；

故答案为：-4.

15. （3分）如图，抛物线$y=-2x^2+8x-6$与x轴交于点A，B，把抛物线在x轴及其上方的部分记作C_1，将C_1向右平移得C_2，C_2与x轴交于点B，D，若直线$y=x+m$与C_1，C_2共有3个不同的交点，则m的取值范围是________.



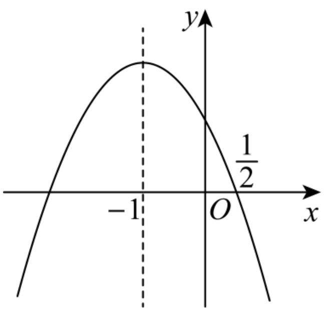
【答案】$-3<m<-\frac{15}{8}$

【分析】首先求出点 A 和点 B 的坐标，然后求出 C_2 解析式，分别求出直线 $y=x+m$ 与抛物线 C_2 相切时 m 的值以及直线 $y=x+m$ 过点 B 时 m 的值，结合图形即可得到答案.

【详解】令 $y=-2x^2+8x-6=0$，即 $x^2-4x+3=0$，解得 $x=1$ 或 $x=3$，则点 A（1,0），B(3,0)由于 C_1 向右平移两个长度单位得 C_2,则 C_2 解析式为 $y=-2(x-4)^2+2$（$3\leqslant x\leqslant 5$），当 $y=x+m_1$ 与 C_2 相切时，令 $y=x+m_1=y=-2(x-4)^2+2$，即 $2x^2-15x+30+m_1=0$，$\triangle=-8m_1-15=0$，解得 $m_1=-\frac{15}{8}$，当 $y=x+m_2$ 过点 B 时，即 $0=3+m_2$，$m_2=-3$，当 $-3<m<-\frac{15}{8}$ 时直线 $y=x+m$ 与 C_1、C_2 共有 3 个不同交点，故答案是 $-3<m<-\frac{15}{8}$.

【点睛】本题主要考查抛物线与 x 轴交点以及二次函数图象与几何交换的知识，解答本题的关键是正确画出图形，利用数形结合进行解题，此题有一定的难度.

16. （3 分）（24-25 九年级上·广东江门·期中）如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=-1$，且过点 $\left(\frac{1}{2},0\right)$，有下列结论①$abc>0$；②$a-2b+4c>0$；③$25a-10b+4c=0$；④$3b+2c>0$；其中所有正确的结论是________.



【答案】①②③

【分析】本题考查二次函数的图象与系数的关系等知识，解题的关键是读懂图象信息，灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

根据二次函数图像及其性质对序号依次判断即可.

【详解】由图像可知 $a<0$，$b<0$，$c>0$，

$\therefore abc>0$，故①正确.

当 $x=\frac{1}{2}$ 时，$y=0$,

即 $\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}b+c=0$

$\therefore a+2b+4c=0$

$\therefore a+4c=-2b$

$\therefore a-2b+4c=-4b>0$，故②正确.

由对称轴为$x=-1$，与 x 轴一个交点为$\left(\frac{1}{2},0\right)$可知与 x 轴另一个交点为$\left(-\frac{5}{2},0\right)$

即$\frac{25}{4}a-\frac{5}{2}b+c=0$

化简得$25a-10b+4c=0$，故③正确.

$\because$ 对称轴为$x=-1$

$\therefore -\frac{b}{2a}=-1$

$\therefore b=2a$，$a=\frac{1}{2}b$

将$a=\frac{1}{2}b$代入$a+2b+4c=0$有

$$\frac{1}{2}b+2b+4c=0$$

即$b=-\frac{8}{5}c$

$\therefore 3b+2c=3\left(-\frac{8}{5}c\right)+2c=-\frac{14}{5}c<0$，故④错误.

综上所述①②③正确.

故答案为①②③.

第 II 卷

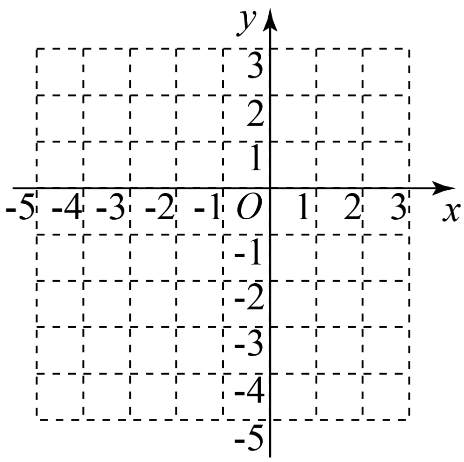
三．解答题（共 8 小题，满分 72 分）

17. （6 分）（22-23 九年级上·北京昌平·期中）二次函数图象上部分点的横坐标 x，纵坐标 y 的对应值如下表：

x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	…
y	…	5	0	-3	-4	-3	0	5	…

(1)求这个二次函数的表达式；

(2)在图中画出这个二次函数的图象；



(3)当$-3<x<0$时，直接写出y的取值范围.

【答案】(1)抛物线解析式为$y=(x+1)^2-4$

(2)见解析

(3)$-4\le y<0$

【分析】（1）设$y=a(x+1)^2-4$，然后把$(0,-3)$代入求出抛物线解析式；

（2）利用描点法画函数图象；

（3）结合函数图象，根据二次函数的性质写出对应的函数值的范围.

【详解】（1）解：∵$x=-2$和$x=0$的函数值相同，都是-3，

∴对称轴为直线$x=-1$，

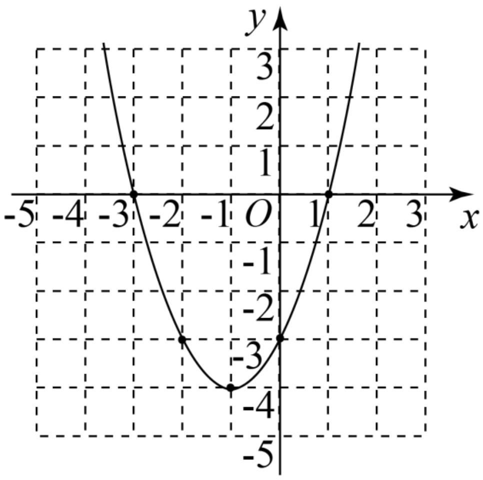
∴顶点为$(-1,-4)$，

设$y=a(x+1)^2-4$，

将$(0,-3)$代入得$a-4=-3$，解得$a=1$，

∴抛物线解析式为$y=(x+1)^2-4$；

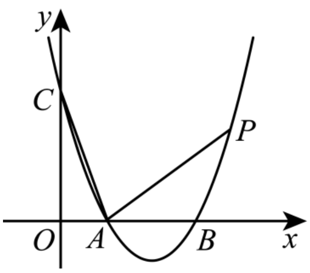
（2）解：描点，连线，这个二次函数的图象如图，



（3）解：当$-3<x<0$时，y的取值范围是$-4\leq y<0$.

【点睛】本题考查了待定系数法求二次函数的解析式：在利用待定系数法求二次函数关系式时，要根据题目给定的条件，选择恰当的方法设出关系式，从而代入数值求解．也考查了二次函数的性质.

18. （6分）（24-25九年级上·全国·单元测试）抛物线$y=mx^2-4mx+3$与x轴的交点为$A(1,0)$，B，与y轴交于点C.



(1)求抛物线的解析式；

(2)P为抛物线第一象限上的一点，若$\angle PAC=\angle OAC$，求点P的坐标；

【答案】(1)$y=x^2-4x+3$

(2)$P\left(\frac{15}{4},\frac{33}{16}\right)$

【分析】本题考查的是二次函数综合运用，涉及到解直角三角形、待定系数法求函数表达式，用解直角三角形的方法求出点H的坐标是解题的关键.

（1）由待定系数法即可求解；

（2）在AP上取一点M，使得$OA=AM=1$，连接CM，过点M作$HN\perp x$轴于点N，过点C作$CH\perp HN$于点H，则四边形$OCHN$是矩形，得$HC=AN$，$HN=OC=3$，$\angle H=\angle ANM=\angle COA=90°$，进而证明$\triangle OAC\cong\triangle MAC(SAS)$，得$CM=OC=3$，$\angle AMC=\angle AOC=90°$，又证明$\triangle AMN\backsim\triangle MCP$，得$\frac{3-MN}{AN}=\frac{1+AN}{MN}=\frac{3}{1}$，从而求得$M\left(\frac{9}{5},\frac{3}{5}\right)$，利用待定系数法求得直线$AM$为

$y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}$，联立$y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}$与$y=x^2-4x+3$求解即可得解.

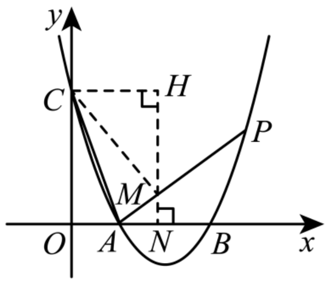
【详解】（1）解：把$A(1,0)$代入$y=mx^2-4mx+3$得

$0=m-4m+3$，

解得$m=1$，

$\therefore y=x^2-4x+3$；

（2）解：在AP上取一点M，使得$OA=AM=1$，连接CM，过点M作$HN\perp x$轴于点N，过点C作$CH\perp HN$于点H，



当$x=0$时，$y=0^2-4\times0+3=3$，

$\therefore C(0,3)$，

$\therefore OC=3$

$\because OA\perp OC$，$HN\perp x$轴，$CH\perp HN$，

$\therefore$四边形$OCHN$是矩形，$\angle HCM+\angle HMC=90°$，

$\therefore HC=ON$，$HN=OC=3$，$\angle H=\angle ANM=\angle COA=90°$，

$\because AC=AC$，$\angle OAC=\angle MAC$，$OA=AM=1$，

$\therefore \triangle OAC\cong\triangle MAC(\text{SAS})$，

$\therefore CM=OC=3$，$\angle AMC=\angle AOC=90°$，

$\therefore \angle AMN+\angle CMH=90°$，

$\therefore \angle AMN=\angle MCH$，

$\therefore \triangle AMN\backsim\triangle MCH$，

$\therefore \frac{HM}{AN}=\frac{HC}{MN}=\frac{CM}{AM}=\frac{3}{1}$，

$\therefore \frac{3-MN}{AN}=\frac{1+AN}{MN}=\frac{3}{1}$，

$\therefore AN=\frac{4}{5}$，$MN=\frac{3}{5}$，

$\therefore ON=OA+AN=\frac{9}{5}$，

$\therefore M\left(\frac{9}{5},\frac{3}{5}\right)$，

设直线AM为$y=ax+b$，

把$M\left(\frac{9}{5},\frac{3}{5}\right)$，$A(1,0)$代入$y=ax+b$得，

$\therefore\begin{cases}0=a+b\\ \frac{3}{5}=\frac{9}{5}a+b\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=\frac{3}{4}\\ b=-\frac{3}{4}\end{cases}$，

直线AM为$y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}$，

联立$y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}$与$y=x^2-4x+3$得

$\begin{cases}y=x^2-4x+3\\ y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=1\\ y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=\frac{15}{4}\\ y=\frac{33}{16}\end{cases}$，

$\therefore P\left(\frac{15}{4},\frac{33}{16}\right)$.

【点睛】本题主要考查了待定系数法求二次函数，相似三角形的判定及性质，矩形的判定及性质，全等三角形的判定及性质，熟练掌握相似三角形的判定及性质，矩形的判定及性质，全等三角形的判定及性质是解题的关键.

19. （8分）已知函数 $y=x^2+(m-3)x+1-2m$（m 为常数）.

（1）求证：不论 m 为何值，该函数的图像与 x 轴总有两个公共点.

（2）不论 m 为何值，该函数的图像都会经过一个定点，求定点的坐标.

【答案】（1）见解析；（2）(2，−1)

【分析】（1）令 y=0 得到关于 x 的一元二次方程 $x^2+(m-3)x+1-2m=0$，然后用根的判别式即可解答.

（2）分离出 m，令 m 的系数为 0，先求出 x，再求出 y，即可确定与 m 的值无关的定点.

【详解】（1）证明：令 y=0，则 $x^2+(m-3)x+1-2m=0$.

因为 a=1，b=m−3，c=1−2m，

所以 $b^2-4ac=(m-3)^2-4(1-2m)=m^2+2m+5=(m+1)^2+4>0$.

所以方程有两个不相等的实数根.

所以不论 m 为何值，该函数的图像与 x 轴总有两个公共点.

（2）解：$y=x^2+(m-3)x+1-2m=(x-2)m+x^2-3x+1$.

因为该函数的图像都会经过一个定点，

所以 $x-2=0$，解得 $x=2$.

当 $x=2$ 时，$y=-1$.

所以该函数图像始终过定点（2，－1）.

【点睛】本题主要考查了一元二次方程方程与二次函数的关系、二次函数图像与 x 轴的交点问题等知识点，掌握二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，a≠0）图像与 x 轴的交点与一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 根之间的关系是解答本题的关键.

20．（8 分）（2024·北京·模拟预测）在平面直角坐标系xOy中，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$是抛物线$y=ax^2+bx+c(a>0)$上任意两点，设抛物线的对称轴为$x=t$.

(1)若对于$x_1=3,x_2=4$，有$y_1=y_2$，求 t 的值；

(2)若对于$2<x_1<3,3<x_2<4$，都有$y_1<y_2$，求 t 的取值范围.

【答案】(1)$\frac{7}{2}$

(2)$t\le\frac{5}{2}$

【分析】本题考查了二次函数的性质，熟练掌握二次函数的对称性是解题的关键.

（1）根据二次函数的性质求得对称轴即可求解；

（2）根据题意可得(x_1,y_1)离对称轴更近，$x_1<x_2$，则(x_1,y_1)与(x_2,y_2)的中点在对称轴的右侧，根据对称性求得$\frac{1}{2}<\frac{x_1+x_2}{2}<\frac{3}{2}$，进而根据$\frac{x_1+x_2}{2}>t$，即可求解.

【详解】（1）解：∵对于$x_1=3,x_2=4$有$y_1=y_2$，

∴抛物线的对称轴为直线$x=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{7}{2}$，

∵抛物线的对称轴为$x=t$.

∴$t=\frac{7}{2}$；

（2）解：∵当$2<x_1<3,3<x_2<4$，

∴$\frac{5}{2}<\frac{x_1+x_2}{2}<\frac{7}{2}$，$x_1<x_2$，

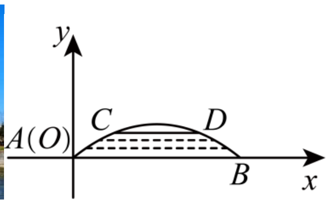
∵$y_1<y_2$，$a>0$，

∴(x_1,y_1)离对称轴更近，$x_1<x_2$，则(x_1,y_1)与(x_2,y_2)的中点在对称轴的右侧，

∴$\frac{x_1+x_2}{2}>t$，

即$t\le\frac{5}{2}$.

21．（10分）（23-24九年级上·陕西延安·期中）有一座抛物线型拱桥，在正常水位时水面宽$AB=20\mathrm{m}$，当水位上升$3\mathrm{m}$时，水面宽$CD=10\mathrm{m}$．按如图所示建立平面直角坐标系．

(1)求此抛物线的函数表达式；

(2)有一条船以$6\mathrm{km}/\mathrm{h}$的速度向此桥径直驶来，当船距离此桥$36\mathrm{km}$时，桥下水位正好在AB处，之后水位每小时上涨$0.3\mathrm{m}$，为保证安全，当水位达到距拱桥最高点$2\mathrm{m}$时，将禁止船只通行．如果该船的速度不变，那么它能否安全通过此桥？

【答案】(1)$y=-\frac{1}{25}x^2+\frac{4}{5}x$

(2)如果该船的速度不变，那么它能安全通过此桥

【分析】本题主要考查了二次函数的实际应用，正确理解题意是解题的关键．

（1）根据题意可得$B(20,0)$，$C(5,3)$，然后利用待定系数法求解即可；

（2）先求出船到达桥下水面的高度，再求出抛物线顶点坐标，进而得到船到达桥下时水面距离最高点的高度，由此即可得到答案．

【详解】（1）解：由题意得，$B(20,0)$，$C(5,3)$，

设抛物线解析式为$y=ax(x-20)$，

$\therefore 5a(5-20)=3$，

$\therefore a=-\frac{1}{25}$，

$\therefore$抛物线解析式为$y=-\frac{1}{25}x(x-20)=-\frac{1}{25}x^2+\frac{4}{5}x$；

（2）解：船行驶到桥下的时间为：$36\div 6=6$小时，

水位上升的高度为：$0.3\times 6=1.8\mathrm{m}$．

$\because$抛物线解析式为$y=-\frac{1}{25}x^2+\frac{4}{5}x=-\frac{1}{25}(x-10)^2+4$，

$\therefore$抛物线顶点坐标为$(10,4)$，

$\therefore$当船到达桥下时，此时水面距离拱桥最高点的距离为$4-1.8=2.2\mathrm{m}>2\mathrm{m}$，

$\therefore$如果该船的速度不变，那么它能安全通过此桥．

22．（10分）在平面直角坐标系中，设二函数$y_1=(x-m)(x+m+2)$，其中$m\neq 0$

（1）求证：函数y_1与x轴有交点；

(2) 若函数 $y_2=mx+n$ 经过函数 y_1 的顶点，求实数 m，n 的关系式；

(3) 已知点 P（－3，a），Q（x_1，b）在函数 y_1 的图象上，若 $a\geqslant b$，求 x_1 的取值范围.

【答案】（1）证明见详解；（2）实数 m，n 的关系式为：$n=-m^2-m-1$；（3）x_1的取值范围为：$-3\leq x_1\leq 1$.

【分析】（1）将二次函数解析式先进行化简，然后根据判别式进行判断即可；

(2) 将y_1化为顶点式，然后代入y_2解析式，化简即可得出实数 m，n 的关系式；

(3) 根据二次函数y_1的基本性质，确定对称轴及开口方向，作出草图，结合题意即可得出取值范围.

【详解】解（1）$y_1=(x-m)(x+m+2)=x^2+2x-\left(m^2+2m\right)$,

$a=1$，$b=2$，$c=-\left(m^2+2m\right)$,

$\Delta=b^2-4ac=4+4\times1\times(m^2+2m)=4(m+1)^2\geq0$,

∴函数y_1与 x 轴有交点；

(2) $y_1=x^2+2x-(m^2+2m)=(x+1)^2-(m+1)^2$,

∴顶点坐标为：$\left(-1,-(m+1)^2\right)$,

∵函数$y_2=mx+n$经过函数y_1的顶点,

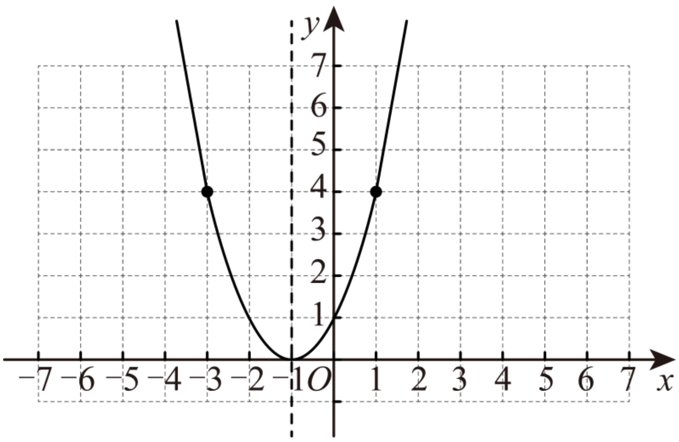
∴$-(m+1)^2=-m+n$,

化简可得：$n=-m^2-m-1$,

∴实数 m，n 的关系式为：$n=-m^2-m-1$；

(3) 抛物线y_1的对称轴为：$x=-1$,

∵二次项系数$a=1>0$，开口向上，作草图如下：



∴（-3，a）与（1，a）关于$x=-1$对称,

$\because a \geq b$，

$\therefore$根据函数图象的性质可得：$-3 \leq x_1 \leq 1$，

$\therefore x_1$的取值范围为：$-3 \leq x_1 \leq 1$.

【点睛】题目主要考查二次函数的基本性质、与一元二次方程的联系，函数增减性，理解题意，结合函数图象是解题关键.

23. （12 分）（2024·江苏盐城·中考真题）请根据以下素材，完成探究任务.

<table>
<tr><th colspan="4">制定加工方案</th></tr>
<tr><td rowspan="2">生产背景</td><td>背景 1</td><td colspan="2">◆某民族服装厂安排 70 名工人加工一批夏季服装，有“风”“雅”“正”三种样式.
◆因工艺需要，每位工人每天可加工且只能加工“风”服装 2 件，或“雅”服装 1 件，或“正”服装 1 件.
◆要求全厂每天加工“雅”服装至少 10 件，“正”服装总件数和“风”服装相等.</td></tr>
<tr><td>背景 2</td><td colspan="2">每天加工的服装都能销售出去，扣除各种成本，服装厂的获利情况为：
①“风”服装：24 元/件；
②“正”服装：48 元/件；
③“雅”服装：当每天加工 10 件时，每件获利 100 元；如果每天多加工 1 件，那么平均每件获利将减少 2 元.</td></tr>
<tr><td colspan="2">信息整理</td><td colspan="2">现安排 x 名工人加工“雅”服装，y 名工人加工“风”服装，列表如下：
<table><tr><td>服装种类</td><td>加工人数（人）</td><td>每人每天加工量（件）</td><td>平均每件获利（元）</td></tr><tr><td>风</td><td>y</td><td>2</td><td>24</td></tr><tr><td>雅</td><td>x</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td>正</td><td></td><td>1</td><td>48</td></tr></table></td></tr>
<tr><td rowspan="2">探究任务</td><td>任务 1</td><td>探寻变量关系</td><td>求 x、y 之间的数量关系.</td></tr>
<tr><td>任务 2</td><td>建立数学模型</td><td>设该工厂每天的总利润为 w 元，求 w 关于 x 的函数表达式.</td></tr>
</table>

	任务3	拟定加工方案	制定使每天总利润最大的加工方案.

【答案】任务1：$y=-\frac{1}{3}x+\frac{70}{3}$；任务2：$w=-2x^2+72x+3360(x\geq 10)$；任务3：安排19名工人加工“雅”服装，17名工人加工“风”服装，34名工人加工“正”服装，即可获得最大利润

【分析】题目主要考查一次函数及二次函数的应用，理解题意，根据二次函数的性质求解是解题关键.

任务1：根据题意安排x名工人加工“雅”服装，y名工人加工“风”服装，得出加工“正”服装的有$(70-x-y)$人，然后利用“正”服装总件数和“风”服装相等，得出关系式即可得出结果；

任务2：根据题意得：“雅”服装每天获利为：$x[100-2(x-10)]$，然后将2种服装的获利求和即可得出结果；

任务3：根据任务2结果化为顶点式，然后结合题意，求解即可.

【详解】解：任务1：根据题意安排70名工人加工一批夏季服装，

$\because$安排x名工人加工“雅”服装，y名工人加工“风”服装，

$\therefore$加工“正”服装的有$(70-x-y)$人，

$\because$“正”服装总件数和“风”服装相等，

$\therefore (70-x-y)\times 1=2y$，

整理得：$y=-\frac{1}{3}x+\frac{70}{3}$；

任务2：根据题意得：“雅”服装每天获利为：$x[100-2(x-10)]$，

$\therefore w=2y\times 24+(70-x-y)\times 48+x[100-2(x-10)]$，

整理得：$w=(-16x+1120)+(-32x+2240)+(-2x^2+120x)$

$\therefore w=-2x^2+72x+3360(x\geq 10)$

任务3：由任务2得$w=-2x^2+72x+3360=-2(x-18)^2+4008$，

$\therefore$当$x=18$时，获得最大利润，

$y=-\frac{1}{3}\times 18+\frac{70}{3}=\frac{52}{3}$，

$\therefore x\neq 18$，

$\because$开口向下，

$\therefore$取$x=17$或$x=19$，

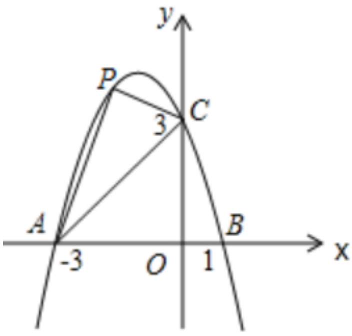
当$x=17$时，$y=\frac{53}{3}$，不符合题意；

当$x=19$时，$y=\frac{51}{3}=17$，符合题意；

$\therefore 70-x-y=34$,

综上：安排19名工人加工“雅”服装，17名工人加工“风”服装，34名工人加工“正”服装，即可获得最大利润.

24. （12分）如图，抛物线经过点$A(-3,0)$、$B(1,0)$、$C(0,3)$.



（1）求抛物线的解析式；

（2）点$P(m,n)$是抛物线上的动点，当$-3<m<0$时，试确定m的值，使得$\triangle PAC$的面积最大；

（3）抛物线上是否存在不同于点B的点D，满足$DA^2-DC^2=6$，若存在，请求出点D的坐标；若不存在，请说明理由.

【答案】（1）$y=-x^2-2x+3$；（2）$m=-\frac{3}{2}$；（3）$D(-2,3)$

【分析】（1）据题意可设抛物线的解析式为$y=a(x+3)(x-1)$，将点代入$C(0,3)$解出a，即可求出抛物线的解析式；

（2）先求出直线AC的解析式，然后根据当$-3<m<0$时，点$P(m,n)$在直线AC上方，过点P作x轴的垂线与线段AC相交于点Q，可将$x=m$分别代入$y=-x^2-2x+3$和$y=x+3$得$P(m,-m^2-2m+3)$，$Q(m,m+3)$，从而得出PQ的代数式，从而可求出m的值；

（3）由题意可得$AB=4$, $OB=1$, $CO=3$，根据$BC^2=10$，$\angle CAO=45^\circ$，可求出$BA^2-BC^2=6$，连接BC，过B作AC的垂线交抛物线于点D，交AC于点H，可得$DA^2-DC^2=HA^2-HC^2=BA^2-BC^2=6$，根据$\angle CAO=\angle DBA$，可得$BD$与$AC$关于$AB$的垂直平分线对称，即关于抛物线的对称轴$x=-1$对称，即点$D$与点$C$关于抛物线的对称轴$x=-1$对称，从而可求出点D的坐标.

【详解】解：（1）据题意可设抛物线的解析式为$y=a(x+3)(x-1)$，

将点$C(0,3)$代入，可得$a=-1$

$\therefore$抛物线的解析式为$y=-x^2-2x+3$；

（2）设直线AC的解析式为：$y=kx+b$，

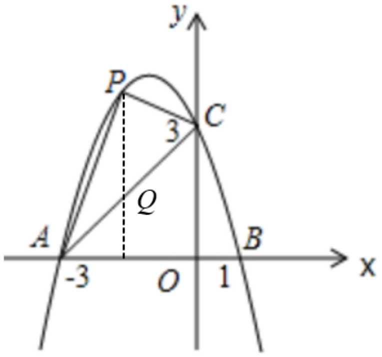
将$A(-3,0)$、$C(0,3)$代入得$\begin{cases}0=-3k+b\\3=b\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k=1\\b=3\end{cases}$，

∴直线AC的解析式：$y=x+3$，

当$-3<m<0$时，点$P(m,n)$在直线AC上方，

过点P作x轴的垂线与线段AC相交于点Q，



将$x=m$分别代入$y=-x^2-2x+3$和$y=x+3$得$P(m,-m^2-2m+3)$，$Q(m,m+3)$，

∴$PQ=-m^2-2m+3-(m+3)$

$$=-m^2-3m$$

$$=-\left(m+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$$

∵$-3<m<0$，

∴当且仅当$m=-\frac{3}{2}$时，PQ取得最大值，

此时$S_{\triangle PAC}=\frac{1}{2}PQ\times AO=\frac{3}{2}PQ$最大，

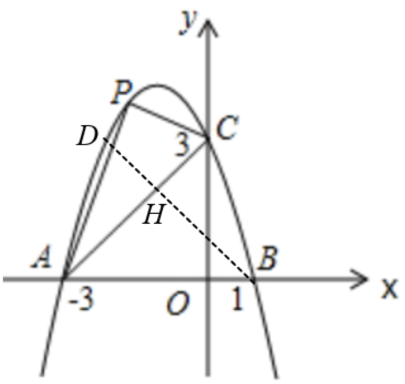
∴$m=-\frac{3}{2}$；

(3) 由$A(-3,0)$、$B(1,0)$、$C(0,3)$得$AB=4$，$OB=1$，$CO=3$，

∵$BC^2=10$，$\angle CAO=45^\circ$，

∴$BA^2-BC^2=6$，

连接BC，过B作AC的垂线交抛物线于点D，交AC于点H，



则$\angle AHB=90°$，$\angle DBA=\angle CAO=45°$，

$DA^2-DC^2=HA^2-HC^2=BA^2-BC^2=6$，

$\because \angle CAO=\angle DBA$，

$\therefore BD$与AC关于AB的垂直平分线对称，即关于抛物线的对称轴$x=-1$对称，

$\therefore$点D与点C关于抛物线的对称轴$x=-1$对称，

又$\because C(0,3)$，

$\therefore$点D的坐标为（-2，3）．

【点睛】本题是二次函数的综合题，考查二次函数的性质，求一次函数解析式，结合题意，正确添加辅助线，灵活运用知识点是解题关键.