**2026届高一上学期第一次月考数学试卷**

**第Ⅰ卷（选择题）**

**一、单选题：本大题共8小题，每题5分，共40分.在每小题提供的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 设全集$U=\{x\in N∣x<4\},A=\left\{1,2\right\},B=\left\{0,2\right\}$，则图中阴影部分表示的集合为（ ）



A. $∅$ B. $\left\{1\right\}$ C.  D. $\left\{1,2\right\}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据交集、补集的知识求得正确答案.

【详解】依题意$U=\left\{0，1，2，3\right\}，∁\_{U}B=\left\{1，3\right\}$，

阴影部分为$\left(∁\_{U}B\right)∩A=\left\{1\right\}$.

故选：B

2. 下列命题中，既是全称量词命题又是真命题的是（ ）

A. 矩形的两条对角线垂直 B. 对任意*a*，*b*$\in R$，都有*a*2 + *b*2 ≥ 2（*a*﹣*b*﹣1）

C. $∃$*x*$\in R$， |*x*| + *x* = 0 D. 至少有一个*x*$\in Z$，使得*x*2 ≤ 2成立

【答案】B

【解析】

【分析】根据全称量词和特称量词命题的定义判断，全称量词命题要为真命题必须对所以的成立，对选项逐一判断即可.

【详解】A选项为全称量词命题，却是假命题，矩形的两条对角线相等，并不垂直，故A错误.

C,D选项是特称量词命题，故错误.

B选项是全称量词命题，用反证法证明，

因为$a^{2}+b^{2}-2a+2b+2=\left(a-1\right)^{2}+\left(b+1\right)^{2}\geq 0$

所以对$∀a,b\in R$,$a^{2}+b^{2}\geq 2\left(a-b-1\right)$,故B正确.

故选:B.

3. 条件，条件，若是$q$的充分条件，则$n$的最小值为（ ）

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】C

【解析】

【分析】

根据是$q$的充分条件，可得集合之间的关系，即可求得参数范围.

【详解】因为，故可解得$x\in \left[m-2,m+2\right]$

又因为是$q$的充分条件

故：集合$\left[m-2,m+2\right]$是集合$\left[-1,n\right]$的子集，

故$m-2\geq -1,m+2\leq n$

解得$n\geq m+2\geq 3$

故$n$的最小值为3.

故选：C.

【点睛】本题考查由充分条件，求参数的范围，属基础题.

4. 若关于$x$的不等式$(a-3)x^{2}+2(a-3)x-4<0$解集为，则实数$a$的取值范围是（ ）

A. $(-\infty ,-3)$ B. $(-1,3]$ C. $(-\infty ,-3]$ D. $(-1,3)$

【答案】B

【解析】

【分析】当$a-3=0$，不等式即为$-4<0$，对一切$x\in R$恒成立，当$a\ne 3$时 利用二次函数的性质列出$a$满足的条件并计算，最后两部分的合并即为所求范围．

【详解】解：当$a-3=0$，即$a=3$时，不等式即为$-4<0$，对一切$x\in R$恒成立 ①

当$a\ne 3$时，则须$\left\{\begin{matrix}a-3<0\\△=4(a-3)^{2}+16(a-3)<0\end{matrix}\right.$，

解得 即$∴-1<a<3$②

由①②得实数$a$的取值范围是$\left.-1,3\right.$，

故选：B．

【点睛】本题考查不等式恒成立的参数取值范围，考查二次函数的性质．注意对二次项系数是否为0进行讨论，属于中档题．

5. 若$a>0,b>0$，则“”是“$a^{3}+b^{3}>a^{2}b+ab^{2}$”的（ ）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】

由$a^{3}+b^{3}-a^{2}b-ab^{2}=(a+b)(a-b)^{2}$，结合不等式的性质以及充分条件、必要条件的判定方法，即可求解.

【详解】由$a^{3}+b^{3}-a^{2}b-ab^{2}=a^{2}(a-b)+b^{2}(b-a)=(a-b)(a^{2}-b^{2})=(a+b)(a-b)^{2}$，

若$a>0,b>0$，

当时，可得$(a+b)(a-b)^{2}>0$，即$a^{3}+b^{3}>a^{2}b+ab^{2}$，所以充分性成立；

当$a^{3}+b^{3}>a^{2}b+ab^{2}$，即$(a+b)(a-b)^{2}>0$，可得$a\ne b$，所以必要性不成立

所以“”是“$a^{3}+b^{3}>a^{2}b+ab^{2}$”的充分不必要条件.

故选：A.

【点睛】本题考查充分不必要条件的判断，一般可根据如下规则判断：

（1）若是$q$的必要不充分条件，则$q$对应集合是对应集合的真子集；

（2）是$q$的充分不必要条件， 则对应集合是$q$对应集合的真子集；

（3）是$q$的充分必要条件，则对应集合与$q$对应集合相等；

（4）是$q$的既不充分又不必要条件， $q$对的集合与对应集合互不包含．

6. 若关于*x*的不等式的解集为，则关于*x*的不等式$\frac{bx^{2}+ax}{x+1}>0$的解集是（ ）

A. $\left(-1,-\frac{1}{3}\right)∪\left(0,+\infty \right)$

B. $\left(-\infty ,-1\right)∪\left(-\frac{1}{3},0\right)$

C. $\left(-1,-\frac{1}{3}\right)$

D. $\left(-\infty ,-1\right)∪\left(0,+\infty \right)$

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意，由的解集分析可得$b=3a$且$a<0$，进而可得$\frac{bx^{2}+ax}{x+1}>0⇒x\left(x+1\right)⋅\left(3x+1\right)<0$，解可得$x$的取值范围，即可得答案．

【详解】解：根据题意，关于$x$的不等式的解集为，必有$\left\{\begin{matrix}a<0\\3a-b=0\end{matrix}\right.$，则有$b=3a$且$a<0$，

则$\frac{bx^{2}+ax}{x+1}>0$

$$∴\frac{3ax^{2}+ax}{x+1}>0$$

$$∴\frac{ax\left(3x+1\right)}{x+1}>0$$

$$∴\frac{x\left(3x+1\right)}{x+1}<0$$

$$∴x\left(x+1\right)⋅\left(3x+1\right)<0$$

解可得：$x<-1$或$-\frac{1}{3}<x<0$，

即不等式的解集为$\left(-\infty ,-1\right)∪\left(-\frac{1}{3},0\right)$；

故选：$B$．

【点睛】本题考查分式不等式的解法，注意分析$a$、$b$的关系，属于中档题．

7. 若不等式$\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}+\frac{λ}{c-a}>0$对任意$a>b>c$恒成立，则实数$λ$的取值范围是 （ ）

A. $\left(-\infty ，4\right)$ B. $\left.-\infty ，4\right.$ C. $\left(4，+\infty \right)$ D. $\left.4，+\infty \right)$

【答案】A

【解析】

【分析】根据已知条件及分离参数将不等式恒成立转为为$λ<\left[\left(a-c\right)\left(\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}\right)\right]\_{min}$，再利用基本不等式即可求解.

【详解】由不等式$\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}+\frac{λ}{c-a}>0$对任意$a>b>c$恒成立转化为

$λ<\left[\left(a-c\right)\left(\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}\right)\right]\_{min}$，其中$a>b>c$,即可.

$∵a>b>c,∴a-b>0,b-c>0,\frac{b-c}{a-b}>0,\frac{a-b}{b-c}>0$，

$$∴\left(a-c\right)\left(\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}\right)=\left[\left(a-b\right)+\left(b-c\right)\right]\left(\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}\right)$$

$$=2+\frac{b-c}{a-b}+\frac{a-b}{b-c}\geq 2+2\sqrt{\frac{b-c}{a-b}·\frac{a-b}{b-c}}=4$$

当且仅当$\frac{b-c}{a-b}=\frac{a-b}{b-c}$，即$b=\frac{a+c}{2}$时，等号成立，

即$λ<4$，

所以实数$λ$的取值范围是 $\left(-\infty ，4\right)$.

故选：A.

8. 已知$a>0$，$b\in R$，若$x>0$时，关于$x$的不等式$\left(ax-2\right)\left(x^{2}+bx-5\right)\geq 0$恒成立，则$b+\frac{4}{a}$的最小值为（ ）

A. 2 B. $2\sqrt{5}$ C. $4\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{2}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意设$y=ax-2$，$y=x^{2}+bx-5$，由一次函数以及不等式$(ax-2)\left(x^{2}+bx-5\right)\geq 0$分析得$x=\frac{2}{a}$时，$y=x^{2}+bx-5=0$，变形后代入$b+\frac{4}{a}$，然后利用基本不等式求解.

【详解】设$y=ax-2$（$x>0$），$y=x^{2}+bx-5$（$x>0$），

因为$a>0$，所以当$0<x<\frac{2}{a}$时，$y=ax-2<0$；

当$x=\frac{2}{a}$时，$y=ax-2=0$；

当$x>\frac{2}{a}$时，$y=ax-2>0$；

由不等式$(ax-2)\left(x^{2}+bx-5\right)\geq 0$恒成立，得：$\left\{\begin{matrix}ax-2\leq 0\\x^{2}+bx-5\leq 0\end{matrix}\right.$或$\left\{\begin{matrix}ax-2\geq 0\\x^{2}+bx-5\geq 0\end{matrix}\right.$，

即当$0<x\leq \frac{2}{a}$时，$x^{2}+bx-5\leq 0$恒成立，

当$x\geq \frac{2}{a}$时，$x^{2}+bx-5\geq 0$恒成立，

所以当$x=\frac{2}{a}$时，$y=x^{2}+bx-5=0$，则$\frac{4}{a^{2}}+\frac{2b}{a}-5=0$，即$b=\frac{5a}{2}-\frac{2}{a}$，

则当$a>0$时，$b+\frac{4}{a}=\frac{5a}{2}-\frac{2}{a}+\frac{4}{a}=\frac{5a}{2}+\frac{2}{a}\geq 2\sqrt{\frac{5a}{2}×\frac{2}{a}}=2\sqrt{5}$，

当且仅当$\frac{5a}{2}=\frac{2}{a}$，即$a=\frac{2\sqrt{5}}{5}$时等号成立，

所以$b+\frac{4}{a}$最小值为$2\sqrt{5}$.

故选：B.

**二、多选题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 十六世纪中叶，英国数学家雷科德在《砺智石》一书中首先把“$=$”作为等号使用，后来英国数学家哈利奥特引入“$<$”和“$>$”符号，对不等式的发展影响深远.下列说法正确的是（ ）

A. 若，$c<0$，则$a+c>b+c$

B. 若$a>b>0$，则$\frac{a+b}{2}>\sqrt{ab}$

C. 若$ac>bc$，则

D. 若$a<b$，则$a^{2}<b^{2}$

【答案】AB

【解析】

【分析】根据不等式的性质、基本不等式确定正确选项.

【详解】A ，不等式两边加上同一个数，不等号方向不改变，故A正确.

B，由基本不等式知B选项正确.

C，当$c<0$时，由$ac>bc$得到$a<b$，所以C错误.

D，$a=-1,b=1$，$a^{2}=b^{2}$，所以D选项错误.

故选：AB

10. 两个函数$y=x^{2}-4$与$y=m$（$m$为常数）的图像有两个交点且横坐标分别为$x\_{1}$，$x\_{2}$，$\left(x\_{1}<x\_{2}\right)$，则下列结论中正确的是（ ）

A. $m$的取值范围是$m>-4$

B. 若$m=0$，则$x\_{1}=-2$，$x\_{2}=2$

C. 当$m>0$时，$-2<x\_{1}<x\_{2}<2$

D. 二次函数$y=\left(x-x\_{1}\right)\left(x-x\_{2}\right)+m$的图象与$x$轴交点的坐标为$\left(2,0\right)$和$\left(-2,0\right)$

【答案】ABD

【解析】

【分析】

根据二次函数的最值问题，判断A选项正确；根据方程的解，判断B选项正确；当$m=5$时，举反例，判断C选项错误；根据二次函数的定义判断D选项正确.

【详解】解：因为$y=x^{2}-4\geq -4$，所以两个函数$y=x^{2}-4$与$y=m$（$m$为常数）的图象有两个交点，则$m$的取值范围是$m>-4$，所以A选项正确；

当$m=0$时，则$x^{2}-4=0$，此时$x\_{1}=-2$，$x\_{2}=2$，所以B选项正确；

当$m=5$时，则$x^{2}-4=5$，此时$m>0$，$x\_{1}<-2<2<x\_{2}$，所以C选项错误；

函数$y=x^{2}-4$与$y=m$（$m$为常数）的图像有两个交点且横坐标分别为$x\_{1}$，$x\_{2}$，$\left(x\_{1}<x\_{2}\right)$，则$y=\left(x-x\_{1}\right)\left(x-x\_{2}\right)+m=x^{2}-4-m+m=(x-2)(x+2)$，所以二次函数$y=\left(x-x\_{1}\right)\left(x-x\_{2}\right)+m$的图象与$x$轴交点的坐标为$\left(2,0\right)$和$\left(-2,0\right)$，所以D选项正确.

故选：ABD

【点睛】本题考查二次函数的定义、二次函数的最值，还考查了转化的数学思想，是基础题

11. （多选）集合$P\_{1}=\left\{x|x^{2}+ax+1>0\right\}$，$P\_{2}=\left\{x|x^{2}+ax+2>0\right\}$，下列说法正确的是（ ）

A. 对任意$a$，$P\_{1}$是$P\_{2}$的子集 B. 对任意$a$，$P\_{1}$不是$P\_{2}$的子集

C. 存在$a$，使得$P\_{1}$不是$P\_{2}$的子集 D. 存在$a$，使得$P\_{2}$是$P\_{1}$的子集

【答案】AD

【解析】

【分析】讨论$P\_{1}$、$P\_{2}$均为非空或空集，研究集合$P\_{1}$、$P\_{2}$之间的包含关系.

【详解】当$P\_{1}$、$P\_{2}$均不为空集时，$P\_{1}=\left\{x|x^{2}+ax>-1\right\}$，$P\_{2}=\left\{x|x^{2}+ax>-2\right\}$，此时$P\_{1}⊆P\_{2}$，$P\_{1}$是$P\_{2}$的子集；

当$P\_{1}$、$P\_{2}$均为空集时，$P\_{1}=P\_{2}$，$P\_{1}$与$P\_{2}$互为子集，

故选：AD.

12. 已知$a>0$，$b>0$，$\left(a+2\right)\left(b+2\right)=18$，则下列判断正确的是（ ）

A. $\frac{3}{a+2}+\frac{3}{b+2}$的最小值为$\sqrt{2}$ B. $ab$的最大值为$11-6\sqrt{2}$

C. $2a+b$的最小值为6 D. $\left(a+1\right)b$的最大值为8

【答案】ACD

【解析】

【分析】利用基本不等式一一计算可得.

【详解】对于A：$\frac{3}{a+2}+\frac{3}{b+2}\geq 2\sqrt{\frac{3}{a+2}×\frac{3}{b+2}}=2\sqrt{\frac{9}{\left(a+2\right)\left(b+2\right)}}=\sqrt{2}$，

当且仅当$\frac{3}{a+2}=\frac{3}{b+2}$，即$a=b=3\sqrt{2}-2$时取等号，故A正确；

对于B：由条件可知$ab+2\left(a+b\right)-14=0$，所以$ab+4\sqrt{ab}-14\leq 0$，解

得$-3\sqrt{2}-2\leq \sqrt{ab}\leq 3\sqrt{2}-2$，由$a>0$，$b>0$得，$0<\sqrt{ab}\leq 3\sqrt{2}-2$，

所以$ab\leq 22-12\sqrt{2}$，当且仅当$a=b=3\sqrt{2}-2$时取得等号，故B错误；

对于C：由$b=\frac{18}{a+2}-2$得$2a+b=2a+\frac{18}{a+2}-2$

$=2\left(a+2\right)+\frac{18}{a+2}-6\geq 2\sqrt{2\left(a+2\right)×\frac{18}{a+2}}-6=6$，

当且仅当$2\left(a+2\right)=\frac{18}{a+2}$，即$a=1$，时取得等号，故C正确；

对于D：由上述条件可知$14=ab+2\left(a+b\right)=\left(a+1\right)b+2\left(a+1\right)+b-2\geq \left(a+1\right)b$

$+2\sqrt{2\left(a+1\right)b}-2$，

整理得$\left(a+1\right)b+2\sqrt{2\left(a+1\right)b}-16\leq 0$.

令$t=\sqrt{\left(a+1\right)b}$，则，解得$0<t\leq 2\sqrt{2}$，则$\left(a+1\right)b\leq 8$，

当且仅当$b=2\left(a+1\right)$，即$a=1$，时取得等号，故D正确.

故选：ACD.

**第Ⅱ卷（非选择题）**

**三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上.**

13. 设全集$U=R$，集合$A=\left\{\left.x\right|x-2>0\right\}$，则$∁\_{U}A=$\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据集合的补运算，结合已知条件直接求解即可.

【详解】根据已知条件可得：$∁\_{U}A=\left\{x|x\leq 2\right\}=\left.-\infty ,2\right.$.

故答案为：$\left.-\infty ,2\right.$.

14. 已知集合$A=\left\{-2,2a,a^{2}-a\right\}$，若$2\in A$，则$a=$\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】1或2；

【解析】

【分析】

由$2\in A$，可得$2a=2$或$a^{2}-a=2$，注意要满足集合元素的互异性，即可得解.

【详解】由$A=\left\{-2,2a,a^{2}-a\right\}$，$2\in A$，

若$2a=2$，$a=1$，$a^{2}-a=0$，

此时$A=\left\{-2,2,0\right\}$，符合题意；

若$a^{2}-a=2$，则$a=2$，$a=-1$，

当$a=-1$时，$2a=-2$，不符题意，

当$a=2$时，$A=\left\{-2,4,2\right\}$，符合题意，

综上可得：$a=1$或$a=2$.

故答案为：1或2.

15. 设集合$A=\left\{1,2\right\},B=\left\{x\in R\left|x^{2}-(a+1)x+a=0\right.\right\}$，若集合*C* = *A*$∪$*B*，且*C*的子集有4个，则实数*a*的取值集合为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】$\left\{1,2\right\}$

【解析】

【分析】先求出集合*B*中的元素，再由*C*的子集有4个，可知集合*C*中只有2个元素，然后分$a=1,a=2$和$a\ne 1$且$a\ne 2$三种情况求解即可.

【详解】由$x^{2}-(a+1)x+a=0$，得$x=1$或$x=a$，

因为集合*C* = *A*$∪$*B*，且*C*的子集有4个，

所以集合*C*中只有2个元素，

①当$a=1$时，$B=\left\{1\right\}$，

因为$A=\left\{1,2\right\}$，所以$A∪B=\left\{1,2\right\}$，即$C=\left\{1,2\right\}$，所以$a=1$满足题意，

②当$a=2$时，$B=\left\{1,2\right\}$，

因为$A=\left\{1,2\right\}$，所以$A∪B=\left\{1,2\right\}$，即$C=\left\{1,2\right\}$，所以$a=2$满足题意，

③当$a\ne 1$且$a\ne 2$时，$B=\left\{1,a\right\}$，

因为$A=\left\{1,2\right\}$，所以$A∪B=\left\{1,2,a\right\}$，即$C=\left\{1,2,a\right\}$，不合题意，

综上，$a=1$或$a=2$，

所以实数*a*的取值集合为$\left\{1,2\right\}$，

故答案为：$\left\{1,2\right\}$

16. 已知关于$x$的一元二次不等式$ax^{2}+bx+c⩾0$在实数集上恒成立，且$a<b$，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_

【答案】3

【解析】

【分析】由题干条件得到，对变形，利用基本不等式进行求解.

【详解】$∵$一元二次不等式$ax^{2}+bx+c⩾0$对一切实数$x$都成立，

当$a=0$时，不能保证恒成立，不符合题意；

当$a\ne 0$时，$y=ax^{2}+bx+c$要满足

$\left\{\begin{matrix}a>0\\Δ⩽0\end{matrix}\right.$，由此$\left\{\begin{matrix}a>0\\b^{2}-4ac⩽0\end{matrix}\right.$，

$∵b>a>0$，，

得：，

则，

$当且仅当3a=b-a且c=\frac{b^{2}}{4a}$即$c=b=4a$时，取等号，

故答案为：3．

**四、解答题：本大题共6小题，共70分.请在答题卡指定区域内作答.解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. (1)若不等式$5x^{2}-bx+c<0$的解集为$\left\{\left.x\right|-1<x<3\right\}$，求$b+c$的值.

(2)不等式$\frac{2x-5}{x+4}\geq 0$的解集为*A*，求集合*A*.

【答案】(1)$-5$；(2){$x∣x\geq \frac{5}{2}$或$x<-4$}.

【解析】

【分析】(1)根据二次不等式的解法即可求解；

(2)根据分式不等式的解法求解即可.

【详解】(1)由题意得：－1，3就是方程$5x^{2}-bx+c=0$的两根，

∴$\left\{\begin{matrix}5+b+c=0\\45-3b+c=0\end{matrix}\right.$，则$\left\{\begin{matrix}b=10\\c=-15\end{matrix}\right.$，∴$b+c=-5$；

(2)将不等式转化为$\left\{\begin{matrix}\left(2x-5\right)\left(x+4\right)\geq 0\\x+4\ne 0\end{matrix}\right.$，∴$x<-4$或$x\geq \frac{5}{2}$，

∴$A=\left\{\left.x\right|x\geq \frac{5}{2}\right.$或$\left.x<-4\right\}$.

18. 已知*a*、*b*正数.

（1）已知$a+b=1$，求证：；

（2）若$2a+b=ab$，证明：$a+b\geq 3+2\sqrt{2}$.

【答案】（1）证明见解析

（2）证明见解析

【解析】

【分析】（1）根据题意，由基本不等式代入计算，即可证明；

（2）根据题意，将条件变形可得，再由基本不等式代入计算，即可证明.

【小问1详解】

因为$a>0$，$b>0$，$a+b=1$，

所以$\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)=\left(1+\frac{a+b}{a}\right)\left(1+\frac{a+b}{b}\right)=\left(2+\frac{b}{a}\right)\left(2+\frac{a}{b}\right)=5+\frac{2a}{b}+\frac{2b}{a}\geq 5+2\sqrt{\frac{2b}{a}×\frac{2a}{b}}=9$，

当且仅当$\frac{2b}{a}=\frac{2a}{b}$，即$a=b=\frac{1}{2}$时等号成立.

故原题得证.

【小问2详解】

因为$2a+b=ab$，变形得

所以$a+b=\left(a+b\right)⋅\left(\frac{2}{b}+\frac{1}{a}\right)=\frac{2a}{b}+2+1+\frac{b}{a}\geq 3+2\sqrt{2}$，

当且仅当$\frac{2a}{b}=\frac{b}{a}$，即$b=\sqrt{2}a=2+\sqrt{2}$时，等号成立.

19. 已知命题$p:∃x\in R，ax^{2}+ax+1=0$，命题$q:已知m>0，∀x\in \left(-1，+\infty \right)，x-a+\frac{m}{x+1}\geq 0$.

（1）若为真命题，求$a$的取值范围；

（2）若“为真命题”是“$q$为真命题”的必要不充分条件，求$m$的取值范围.

【答案】（1）$a<0$或$a\geq 4$

（2）.

【解析】

【分析】（1）由题意可得方程$ax^{2}+ax+1=0$有解，然后分$a=0$和$a\ne 0$两种情况讨论即可；

（2）先由命题$q$为真，求得$a\leq 2\sqrt{m}-1$，设命题为真时$a$的取值集合为*A*，命题$q$为真时$a$的取值集合为*B*，再由题意可得*B*是*A*的真子集，从而可求出$m$的取值范围.

【小问1详解】

当$a=0$，显然不存在$x$使方程1=0成立；

当$a\ne 0$时，一元二次方程的判别式$Δ\geq 0$，

所以$a^{2}-4a\geq 0$，解得$a<0$或$a\geq 4$.

【小问2详解】

若命题$q$为真，则$x-a+\frac{m}{x+1}\geq 0⇔x+1+\frac{m}{x+1}\geq a+1$，

因为$x+1+\frac{m}{x+1}\geq 2\sqrt{m}$，所以$a+1\leq 2\sqrt{m}$，即$a\leq 2\sqrt{m}-1$，当且仅当$x=\sqrt{m}-1$时，等号成立.

设命题为真时$a$的取值集合为*A*，命题$q$为真时$a$的取值集合为*B*，

因为命题为真是命题$q$为真的必要不充分条件，所以*B*是*A*的真子集，

所以$2\sqrt{m}-1<0$，故.

20. 设函数$y=ax^{2}+bx$．

（1）若当$x=-1$时，$1\leq y\leq 2$，当$x=1$时，$2\leq y\leq 4$．求$4a-2b$的所有取值构成的集合；

（2）若$a=2$，$b=-1$ ，当$x>\frac{1}{2}$时，不等式$y\geq 2mx-m-8$恒成立，求实数$m$的取值范围．

【答案】（1）$\{4a-2b∣5\leq 4a-2b\leq 10\}$；（2）$\left\{m∣m\leq \frac{9}{2}\right\}$．

【解析】

【分析】

（1）由条件可得，，设，求出的$m,n$ 值，根据不等式的性质可求答案.
（2）由条件即$2x^{2}-x\geq 2mx-m-8$在$x>\frac{1}{2}$时恒成立，令$f(x)=2x^{2}-(1+2m)x+m+8$，即讨论函数$f(x)$的最小值问题.

【详解】解：（1）由题意得当$x=-1$时，$y=a-b$；则

当$x=1$时，$y=a+b$，则

设，

则有$\left\{\begin{matrix}m+n=4\\m-n=-2\end{matrix}\right.$，解得$\left\{\begin{matrix}m=1\\n=3\end{matrix}\right.$，

所以$4a-2b=(a+b)+3(a-b)$．

∵$2\leq a+b\leq 4$，

∴$5\leq 4a-2b\leq 10$．

即$4a-2b$所有取值构成的集合为$\{4a-2b∣5\leq 4a-2b\leq 10\}$．

（2）当$a=2$，$b=-1$时，$y=2x^{2}-x$．

即$2x^{2}-x\geq 2mx-m-8$在$x>\frac{1}{2}$时恒成立，

即$2x^{2}-(1+2m)x+m+8\geq 0$在$x>\frac{1}{2}$时恒成立．

令$f(x)=2x^{2}-(1+2m)x+m+8$，

故该二次函数开口向上，对称轴为直线$x=\frac{1+2m}{4}$．

则有$\left\{\begin{matrix}\frac{1+2m}{4}\leq \frac{1}{2}\\f\left(\frac{1}{2}\right)\geq 0\end{matrix}\right.$或$\left\{\begin{matrix}\frac{1+2m}{4}>\frac{1}{2}\\f\left(\frac{1+2m}{4}\right)\geq 0\end{matrix}\right.$，

解得$m\leq \frac{1}{2}$ 或．

故$m$的取值范围为$\left\{m∣m\leq \frac{9}{2}\right\}$．

【点睛】本题考查不等式的基本性质的应用，考查二次函数再给定区间上恒成立求参数额问题，属于中档题.

21. 设函数$y=ax^{2}+x-b\left(a\in R,b\in R\right)$.

（1）解关于*x*的不等式$y<\left(a-1\right)x^{2}+\left(b+2\right)x-2b$；

（2）当$a>0$，$b>1$时，记不等式$y>0$的解集为*P*，集合$Q=\left\{x|-2-t<x<-2+t\right\}$.若对于任意正数*t*，$P∩Q\ne ∅$，求$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$的最大值.

【答案】（1）答案见解析；

（2）$\frac{1}{2}$.

【解析】

【分析】（1）将不等式整理可得$\left(x-b\right)\left(x-1\right)<0$，对参数$b$分类讨论即可求得不等式的解集；

（2）解不等式$y>0$可得对应一元二次方程恒有两个异号的不等实根，又$Q=\left\{x|-2-t<x<-2+t\right\}$且$P∩Q\ne ∅$，即可知必有$f\left(-2\right)=0$，得出$4a-b=2$，再利用基本不等式即可求出结果.

【小问1详解】

由题设可知$ax^{2}+x-b<\left(a-1\right)x^{2}+\left(b+2\right)x-2b$，

整理得$x^{2}-\left(b+1\right)x+b=\left(x-b\right)\left(x-1\right)<0$，

当$b<1$时，解集$\left\{x\left|b<x<1\right.\right\}$；

当$b=1$时，解集为$∅$；

当$b>1$时，解集为$\left\{x\left|1<x<b\right.\right\}$；

【小问2详解】

易知$t>0$，则恒有$t-2>-t-2$，故$Q\ne ∅$，

所以$y=f\left(x\right)=ax^{2}+x-b>0$且$a>0$，$b>1$，

故$f\left(x\right)$开口向上且$f\left(0\right)=-b<0$，

故对应一元二次方程恒有两个不等实根，且在*y*轴两侧，

因为$P∩Q\ne ∅$，即$f\left(x\right)>0$在$\left(-2-t,-2+t\right)$上有解，且$∀t\in \left(0,+\infty \right)$，

又区间$\left(-2-t,-2+t\right)$关于$x=-2$对称，且区间长度$2t\in \left(0,+\infty \right)$，

综上，只需保证$f\left(-2\right)=4a-2-b=0$，则$4a-b=2$，且$b=4a-2>1$，即$a>\frac{3}{4}$，

所以$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{a}-\frac{2}{b}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{4a-b}{a}-\frac{4a-b}{b}\right)=\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\left(\frac{b}{a}+\frac{4a}{b}\right)\leq \frac{5}{2}-\sqrt{\frac{b}{a}⋅\frac{4a}{b}}=\frac{1}{2}$，

当且仅当$b=2a$，即$a=1>\frac{3}{4}$，$b=2>1$时等号成立，符合题意；

故$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$的最大值为$\frac{1}{2}$.

22. 已知二次函数$y=x^{2}-\left(m+2\right)x+3$，

（1）设函数$y=x^{2}-\left(m+2\right)x+3$在$1\leq x\leq 2$范围内最大值为$M$，最小值为$N$，且$M-N\leq 2$，求实数$m$的取值范围；

（2）已知关于$x$的方程$x^{2}-\left(m+2\right)x+3=-\left(2m+1\right)x+2$在$0\leq x\leq 2$范围内有解，求实数$m$的取值范围.

【答案】（1）$-1\leq m\leq 3$

（2）$m\leq -1$.

【解析】

【分析】（1）讨论二次函数的对称轴和所给区间的位置关系，即可确定函数的最值，由此可解不等式，即可得答案；

（2）讨论方程$x^{2}-\left(m+2\right)x+3=-\left(2m+1\right)x+2$在$0\leq x\leq 2$范围内有一解还是两解，由此可列出不等式组，即可得求得答案.

【小问1详解】

∵$y=x^{2}-\left(m+2\right)x+3$，∴函数的对称轴为$x=\frac{m+2}{2}$，

①当$\frac{m+2}{2}\leq 1$时，即$m\leq 0$时，当$1\leq x\leq 2$时，$y$随$x$增大而增大，

∴$M=3-2m$，$N=2-m$，∴$\left(3-2m\right)-\left(2-m\right)\leq 2$，解得$-1\leq m\leq 0$；

②当$\frac{m+2}{2}\geq 2$时，即$m\geq 2$时，当$1\leq x\leq 2$时，$y$随$x$增大而减小，

∴$N=3-2m$，$M=2-m$，∴$\left(2-m\right)-\left(3-2m\right)\leq 2$，解得$2\leq m\leq 3$，

③当$1<\frac{m+2}{2}<\frac{3}{2}$时，即$0<m<1$时，

$N=3-\frac{1}{4}\left(m+2\right)^{2}$，$M=3-2m$，∴$3-2m-\left[3-\frac{1}{4}\left(m+2\right)^{2}\right]\leq 2$，

解得$2-2\sqrt{2}\leq m\leq 2+2\sqrt{2}$，此时$0<m<1$，

④当$\frac{3}{2}\leq \frac{m+2}{2}<2$时，即$1\leq m<2$时，

∴$N=3-\frac{1}{4}\left(m+2\right)^{2}$，$M=2-m$，∴$2-m-\left[3-\frac{1}{4}\left(m+2\right)^{2}\right]\leq 2$，

解得$-2\sqrt{2}\leq m\leq 2\sqrt{2}$，此时$1\leq m<2$，

综上，$m$的取值范围为$-1\leq m\leq 3$.

【小问2详解】

原方程即为$x^{2}+\left(m-1\right)x+1=0$.设$y=x^{2}+\left(m-1\right)x+1$，

当$x=0$时，$y=1>0$.

①若方程在$0\leq x\leq 2$上有一解，只需时，函数$y=x^{2}+\left(m-1\right)x+1$的取值为负即可.

∴$2^{2}+2\left(m-1\right)+1<0$.解得：$m<-\frac{3}{2}$.

②若方程在$0\leq x\leq 2$上有两解，则$\left\{\begin{matrix}Δ=\left(m-1\right)^{2}-4\geq 0\\0\leq -\frac{m-1}{2}\leq 2\\2^{2}+2\left(m-1\right)+1\geq 0\end{matrix}\right.$，

即$\left\{\begin{matrix}m\geq 3或m\leq -1\\-3\leq n\leq 1\\m\geq -\frac{3}{2}\end{matrix}\right.$，∴$-\frac{3}{2}\leq m\leq -1$.

综上，$m$的取值范围为$m\leq -1$.

