



第10讲：函数基本性质之奇偶性及常考题型总结

题型一：奇偶性的定义

1. 判断下列函数的奇偶性：

$$(1)f(x) = (x+1)\sqrt{\frac{1-x}{1+x}};$$

$$(2)f(x) = x^2 - 4|x| + 3;$$

$$(3)f(x) = |x+3| - |x-3|;$$

$$(4)f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{|x+2|-2};$$

$$(5)f(x) = \begin{cases} -x^2 + x & (x \geq 0) \\ x^2 + x & (x < 0) \end{cases};$$

$$(6)f(x) = \frac{1}{2}[g(x) - g(-x)] \quad (x \in \mathbb{R}).$$

2. 已知 $f(x) = (x-1)(ax+b)$ 是偶函数，且其定义域为 $[2a-3, a]$ ，则 $a+b = (\quad)$

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

3. 已知 $f(x), g(x)$ 均为奇函数，且定义域相同，求证： $f(x) + g(x)$ 为奇函数， $f(x) \cdot g(x)$ 为偶函数.





4. 设函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 分别是 R 上的偶函数和奇函数, 则下列结论恒成立的是 ()

A. $f(x) + |g(x)|$ 是偶函数

B. $f(x) - |g(x)|$ 是奇函数

C. $|f(x)| + g(x)$ 是偶函数

D. $|f(x)| - g(x)$ 是奇函数

题型二: 已知奇偶性求参

5. 如果函数 $f(x) = x - \frac{2}{x} + a$ 为奇函数, 那么 $a =$ _____.

6. 设函数 $f(x) = \frac{(x+1)(x+a)}{x}$ 为奇函数, 则 $a =$ _____.

7. 若函数 $f(x) = \frac{x+a}{x^2+bx+1}$ 在 $[-1, 1]$ 上是奇函数, 则 $f(x)$ 的解析式为 _____.

题型三: 已知奇偶性求解析式

8. 已知函数 $y = f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x(1 + \sqrt[3]{x})$, 则当 $x < 0$ 时, $f(x)$ 表达式是 ()

A. $-x(1 + \sqrt[3]{x})$

B. $x(1 + \sqrt[3]{x})$

C. $-x(1 - \sqrt[3]{x})$

D. $x(1 - \sqrt[3]{x})$





9. 已知偶函数 $f(x)$ 的定义域是 R , 当 $x \leq 0$ 时 $f(x) = x^2 - 3x - 1$, 求 $f(x)$ 的解析式.

10. 设函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域是 $x \in R$ 且 $x \neq \pm 1$, $f(x)$ 是偶函数, $g(x)$ 是奇函数, 且 $f(x) + g(x) = \frac{1}{x-1}$, 求 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的解析式.

题型四: 抽象函数的单调性

11. 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 单调递减, 且为奇函数. 若 $f(1) = -1$, 则满足 $-1 \leq f(x-2) \leq 1$ 的 x 的取值范围是 ()

A. $[-2, 2]$

B. $[-1, 1]$

C. $[0, 4]$

D. $[1, 3]$

12. 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x)$ 为增函数, 且 $f(3) = 0$, 那么不等式 $xf(x) < 0$ 的解集是 ()

A. $(-3, -1) \cup (1, 3)$

B. $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$

C. $(-3, 0) \cup (0, 3)$

D. $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$





13. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 对任意 $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$, 且 $x_1 \neq x_2$, 有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$, 若 $f(1) = 0$, 则不等式 $(x-1)f(x) > 0$ 的解集是 ()
- A. $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$ B. $(-1, 1)$
C. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

14. 定义在 $[-1, 1]$ 上的函数 $y = f(x)$ 是减函数, 且是奇函数, 若 $f(a^2 - a - 1) + f(4a - 5) > 0$, 求实数 a 的取值范围.

15. 设定义在 $[-2, 2]$ 上的偶函数 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上是单调递增, 当 $f(a+1) < f(a)$ 时, 求 a 的取值范围.

16. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 2]$ 上单调递减, 且 $f(x+2)$ 为偶函数, 则不等式 $f(x-1) > f(2x)$ 的解集为 ()
- A. $(-\infty, -\frac{5}{3}) \cup (6, +\infty)$ B. $(-\infty, -1) \cup (\frac{5}{3}, +\infty)$
C. $(-\frac{5}{3}, 1)$ D. $(-1, \frac{5}{3})$



**题型五:两个重要结论**

17. 已知 $f(x) = x^5 + ax^3 - bx - 8$, 且 $f(-2) = 10$, 求 $f(2)$.

18. 设函数 $f(x) = ax^3 + bx - 1$, 且 $f(-1) = 3$, 则 $f(1)$ 等于 ()

- A. -3 B. 3 C. -5 D. 5

19. 如果奇函数 $f(x)$ 在区间 $[3, 7]$ 上是增函数且最大值为 5, 那么 $f(x)$ 在区间 $[-7, -3]$ 上是 ()

- A. 增函数且最小值是 -5 B. 增函数且最大值是 -5
C. 减函数且最大值是 -5 D. 减函数且最小值是 -5

20. 已知 $f(x)$ 和 $g(x)$ 均为奇函数, 若 $H(x) = af(x) + bg(x) + 2$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上有最大值 5, 则 $H(x)$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上有最小值为 _____.





课堂总结

超精品免费公众号：【偷着学】

扫码关注👉，获取最新资源：



★关注公众号，获取每年最新高中网课资源，配套电子讲义，空白课件，课堂笔记等众多资源！

★网课资源更新速度全网最快，永不断更！(^-^)V



练习

1. 下列判断正确的是 ()

A. $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$ 是奇函数

B. $f(x) = (1 - x)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ 是偶函数

C. $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$ 是非奇非偶函数

D. $f(x) = 1$ 既是奇函数又是偶函数

2. 已知奇函数 $g(x)$ 的定义域是 R , 当 $x > 0$ 时, $g(x) = x^2 + 2x - 1$, 求 $g(x)$ 的解析式.

3. 若函数 $f(x) = (k - 2)x^2 + (k - 1)x + 3$ 是偶函数, 则 $f(x)$ 的递减区间是 _____.

4. 设函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 且 $f(2) = 0$, $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减, 则不等式 $f(x) \geq 0$ 的解集为 _____.

