



第9讲: 函数基本性质之单调性及常考题型总结

题型一: 单调性的定义

- 定义域 R 上的函数 $f(x)$ 对任意两个不相等的实数 a, b , 总有 $\frac{f(a)-f(b)}{a-b} > 0$, 则必有 ()
 A. 函数 $f(x)$ 先增后减
 B. 函数 $f(x)$ 先减后增
 C. 函数 $f(x)$ 是 R 上的增函数
 D. 函数 $f(x)$ 是 R 上的减函数
- 已知函数 $y=f(x)$ 在定义域 $(-1, 3)$ 上是减函数, 且 $f(2a-1) < f(2-a)$, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $(1, 2)$
 B. $(-\infty, 1)$
 C. $(0, 2)$
 D. $(1, +\infty)$
- 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 1, & x < 0 \\ -x + a, & x \geq 0 \end{cases}$ 在其定义域上单调递减, 则实数 a 的取值范围为 ()
 A. $a \geq 0$
 B. $a \leq 1$
 C. $0 < a < 1$
 D. $0 \leq a \leq 1$
- 若函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + (2-a)x, & x \leq 0 \\ (2a-1)x + a-1, & x > 0 \end{cases}$ 在 R 上为增函数, 则 a 取值范围为 _____.
- 函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - ax - 5, & x \leq 1 \\ \frac{a}{x}, & x > 1 \end{cases}$, 在 R 上单调递增, 则 a 的取值范围是 _____.



**题型二：常见函数的单调性**

6. 已知一次函数 $y = (k+1)x + k$ 在 R 上是增函数, 且其图象与 x 轴的正半轴相交, 则 k 的取值范围是 _____.
7. 若函数 $f(x) = ax^2 + 2x - 1$ 在区间 $(-\infty, 6)$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围是 _____.
8. 已知函数 $f(x) = x^2 - kx - 8$ 在区间 $[5, 20]$ 上具有单调性, 则实数 k 的取值范围是 ()
- A. $(-\infty, 10] \cup [40, +\infty)$ B. $(-\infty, -40] \cup [-10, +\infty)$
C. $[10, +\infty)$ D. $[40, +\infty)$
9. 函数 $f(x) = -x^2 + 2ax$ 与 $g(x) = \frac{1-ax}{x+1}$ 在区间 $(1, 2)$ 上都单调递减, 则实数 a 的取值范围是 _____.
10. 已知函数 $f(x) = \frac{ax-1}{x-a}$ 在 $(2, +\infty)$ 上单调递减, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ B. $(-1, 1)$
C. $(-\infty, -1) \cup (1, 2]$ D. $(-\infty, -1) \cup (1, 2)$





11. 已知函数 $y = |x^2 - mx|$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上是严格增函数, 则实数 m 的取值范围是 _____.

12. 已知 $f(x) = -x^2 + 2ax + 3$ 与函数 $g(x) = |x - 3a|$ 在区间 $[1, 2]$ 上都是减函数, 则 a 的取值范围为 ()

A. $[\frac{2}{3}, 1]$

B. $[1, +\infty) \cup (-\infty, \frac{2}{3}]$

C. $(\frac{2}{3}, 1)$

D. $[1, +\infty) \cup (-\infty, \frac{2}{3})$

题型三: 用定义证明函数的单调性

13. 用定义证明函数 $f(x) = x^3$ 在 R 上单调递增.

14. 试用定义讨论并证明函数 $f(x) = \frac{ax+1}{x+2} (a \neq \frac{1}{2})$ 在 $(-\infty, -2)$ 上的单调性.

15. 已知函数 $f(x) = \frac{x-a}{x^2+bx+1}$ 过点 $(0, 0)$, 且满足 $f(-1) = -f(1)$.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 证明: $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递增.





16. 判断函数 $y = x - \frac{1}{x}$, $x \in (0, +\infty)$ 的单调性并说明理由.

题型四:抽象函数的单调性

17. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $[2, +\infty)$ 的单调递增函数, 若 $f(2a^2 - 5a + 4) < f(a^2 + a + 4)$, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$

B. $[2, 6)$

C. $(0, \frac{1}{2}] \cup [2, 6)$

D. $(0, 6)$

18. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x, & x \geq 0 \\ 4x - x^2, & x < 0 \end{cases}$, 若 $f(2 - a^2) > f(a)$, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

B. $(-1, 2)$

C. $(-2, 1)$

D. $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$

19. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 1)$, 且同时满足下列条件: (1) $f(-x) = -f(x)$; (2) $f(x)$ 在定义域上单调递减; (3) $f(1-a) + f(1-a^2) < 0$, 求 a 的取值范围.

20. $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的单调增函数, 满足 $f(xy) = f(x) + f(y)$, $f(3) = 1$, 当 $f(x) + f(x-8) \leq 2$ 时, x 的取值范围是 ()

A. $(8, +\infty)$

B. $(8, 9]$

C. $[8, 9]$

D. $(0, 8)$



**题型五：单调性的性质**

21. 函数 $y = 2x + \sqrt{x+1}$ 的值域是 _____.

22. 函数 $y = \sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}$ 的值域为 ()

A. $(-\infty, \sqrt{2}]$

B. $[0, \sqrt{2}]$

C. $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

D. $[-\sqrt{2}, 0]$

23. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{7+6x-x^2}}$ 的单调递减区间为 _____.

24. 已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{3-ax}}{a-1}$ ($a \neq 1$), 若 $f(x)$ 在区间 $(0, 1]$ 上是减函数, 则实数 a 的取值范围是 _____.





课堂总结

扫码关注，获取最新资源：



★网课资源更新速度全网最快，永不断更！(^-^)V



练习

1. 在区间 $(-\infty, 0)$ 上为增函数的是 ()
- A. $y=1$ B. $y=\frac{x}{1-x}+2$ C. $y=-x^2-2x-1$ D. $y=1+x^2$
2. 设 $a>0$, 函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 则 $f(1), f(\sqrt{2}), f(\sqrt{3})$ 之间的大小关系是 ()
- A. $f(1)<f(\sqrt{2})<f(\sqrt{3})$ B. $f(\sqrt{3})<f(\sqrt{2})<f(1)$
C. $f(1)<f(\sqrt{3})<f(\sqrt{2})$ D. $f(\sqrt{2})<f(\sqrt{3})<f(1)$
3. 已知 $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的减函数, 若 $f(2a^2+a+1)<f(3a^2-4a+1)$ 成立, 则 a 的取值范围是 _____.
4. 若函数 $f(x)=\begin{cases} (2-a)x, & x\geq 1 \\ ax+1, & x<1 \end{cases}$, 在 R 上是增函数, 则 a 的取值范围为 ()
- A. $(-\infty, 2)$ B. $(0, 2)$ C. $(0, \frac{1}{2}]$ D. $[\frac{1}{2}, 2)$
5. 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 R 的单调增函数.
- (1) 比较 $f(a^2+2)$ 与 $f(2a)$ 的大小;
- (2) 若 $f(a^2)>f(a+6)$, 求实数 a 的取值范围.

