

第1讲：集合题型拓展与方法归纳

题型一：基本概念的理解

1. 下列五个写法：① $\{0\} \in \{1, 2\}$ ；② $\emptyset \subseteq \{0\}$ ；③ $\{0, 1, 2\} \subseteq \{1, 2, 0\}$ ；④ $0 \in \emptyset$ ；⑤ $0 \cap \emptyset = \emptyset$ ，其中错误写法的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 已知集合 $A = \{\{\emptyset\}, \emptyset\}$ ，下列选项中均为 A 的元素的是 ()

- (1) $\{\emptyset\}$ ； (2) $\{\{\emptyset\}\}$ ；
(3) \emptyset ； (4) $\{\{\emptyset\}, \emptyset\}$.

- A. (1) (2) B. (1) (3) C. (2) (3) D. (2) (4)

3. 设集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 16\}$ ， $B = \{(x, y) | x + y = 2\}$ ，则 ()

- A. 集合 $A \cup B$ 的非空子集有 4 个 B. 集合 $A \cup B$ 的非空子集有 3 个
C. 集合 $A \cap B$ 的非空子集有 4 个 D. 集合 $A \cap B$ 的非空子集有 3 个

4. (2023 秋·湖北期中) 设集合 $A = \{x | y = \sqrt{x+4}\}$ ， $B = \{y | y = x^2 - 4\}$ ， $C = \{(x, y) | y = x^2 - 4\}$ ， $D = \{(x, y) | y = 2x - 1\}$ 。则下列关系中正确的是 ()

- A. $A = B$ B. $B = C$
C. $A \cap C \neq \emptyset$ D. $C \cap D \neq \emptyset$

5. 已知集合 $A = \{x | x^2 + 2x - 3 \leq 0\}$ ， $B = \{y | y = x^2 + 4x + 3, x \in A\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

- A. $[-1, 1]$ B. $(-1, 1)$ C. $[-1, 1)$ D. \emptyset





6. 下列说法正确的有 ()

A. 设 $M = \{m, 2\}$, $N = \{m+2, 2m\}$, 且 $M = N$, 则实数 $m = 0$

B. 若 \emptyset 是集合 $\{x|x^2 \leq a, a \in \mathbb{R}\}$ 的真子集, 则实数 $a \geq 0$

C. 集合 $P = \{x|x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $Q = \{x|mx - 1 = 0\}$, 若 $P \supseteq Q$, 则实数 $m \in \left\{1, \frac{1}{2}\right\}$

D. 设集合 $A = \{x|ax^2 - 3x + 2 = 0\}$ 至多有一个元素, 则 $a \in \{0\} \cup \left\{a \mid a \geq \frac{9}{8}\right\}$

7. (2023·甲卷) 设集合 $A = \{x|x = 3k+1, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x|x = 3k+2, k \in \mathbb{Z}\}$, U 为整数集, 则 $\complement_U(A \cup B) = ()$

A. $\{x|x = 3k, k \in \mathbb{Z}\}$

B. $\{x|x = 3k-1, k \in \mathbb{Z}\}$

C. $\{x|x = 3k-2, k \in \mathbb{Z}\}$

D. \emptyset

8. 已知集合 $M = \left\{x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{4}, k \in \mathbb{Z}\right\}$, 集合 $N = \left\{x \mid x = \frac{k}{8} - \frac{1}{4}, k \in \mathbb{Z}\right\}$, 则 ()

A. $M \cap N = \emptyset$

B. $M \subsetneq N$

C. $M \cup N = M$

D. $M \cap N = M$

9. (2020 新高考 I) 某中学的学生积极参加体育锻炼, 其中有 96% 的学生喜欢足球或游泳, 60% 的学生喜欢足球, 82% 的学生喜欢游泳, 则该中学既喜欢足球又喜欢游泳的学生数占该校学生总数的比例是 ()

A. 62%

B. 56%

C. 46%

D. 42%

10. (2024·石家庄模拟) 某校“五一田径运动会”上, 共有 12 名同学参加 100 米、400 米、1500 米三个项目, 其中有 8 人参加“100 米比赛”, 有 7 人参加“400 米比赛”, 有 5 人参加“1500 米比赛”, “100 米和 400 米”都参加的有 4 人, “100 米和 1500 米”都参加的有 3 人, “400 米和 1500 米”都参加的有 3 人, 则下列说法正确的是 ()

A. 三项比赛都参加的有 2 人

B. 只参加 100 米比赛的有 3 人

C. 只参加 400 米比赛的有 3 人

D. 只参加 1500 米比赛的有 1 人



**题型二：集合综合性问题**

11. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 > 0\}$, $B = \{x | ax^2 + bx + c \leq 0\}$ ($a \neq 0$), 若 $A \cup B = \mathbb{R}$, $A \cap B = \{x | 3 < x \leq 4\}$, 则 ()

A. $a < 0$

B. $bc > 6a - 3$

C. 关于 x 的不等式 $ax^2 - bx + c > 0$ 解集为 $\{x | x < -4 \text{ 或 } x > 1\}$

D. 关于 x 的不等式 $ax^2 - bx + c > 0$ 解集为 $\{x | -4 < x < 1\}$

12. 设集合 $A = \{0, -4\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$.

(1) 若 $a = -\frac{1}{2}$, 求 $A \cup B$;

(2) 若 $A \cap B = B$, 求实数 a 的取值范围.

13. 已知集合 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 4\}$, $B = \{x | 2a \leq x \leq a + 3\}$, 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围 _____.

14. 设集合 $A = \{x | |4x - 3| \leq 1\}$; 集合 $B = \{x | x^2 - (2a+1)x + a(a+1) \leq 0\}$, 若 $A \subsetneq B$, 求实数 a 的取值范围 _____.





15. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x - 6 < 0\}$, $B = \{x | x^2 - 3ax + 2a^2 + a - 1 < 0\}$.

(1) 当 $a = -1$ 时, 求 $A \cap B$;

(2) 若 $A \cup B = A$, 求 a 的取值范围.

16. 已知集合 $A = \{x | x^2 + 3x + 2 \geq 0\}$, $B = \{x | mx^2 + 4x - 4m + 8 > 0, m \in \mathbf{R}\}$, 若 $B \subseteq A$, 试求实数 m 的取值范围.

17. (2022·杭州模拟) 集合 $A = \{x | \frac{5}{x-3} \geq -1\}$, $B = \{x | 2ax^2 + (2-ab)x - b < 0\}$.

(1) 用区间表示集合 A ;

(2) 若 $a > 0$, b 为 $\frac{t^2+5}{t-2} (t > 2)$ 的最小值, 求集合 B ;

(3) 若 $b < 0$, $A \cap B = A$, 求 a, b 的取值范围.

18. 已知 $f(x) = kx + 2$, 不等式 $|f(x)| < 3$ 的解集为 $(-1, 5)$, 不等式 $\frac{x}{f(x)} \geq 1$ 的解集为 A .

(1) 求实数 k 的值;

(2) 设集合 $B = \{x | x^2 - ax + 2 < 0\}$, 若 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.





19. 已知集合 $A = \{(x, y) | 3x - y = 0\}$, $B = \{(x, y) | x + my + 1 = 0\}$. 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 $m =$ ()

- A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3

20. 已知集合 $A = \{(x, y) | x^2 + mx - y + 2 = 0\}$ 和 $B = \{(x, y) | x - y + 1 = 0, 0 \leq x \leq 2\}$, $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

21. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + 3x \leq 0\}$, 集合 $B = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + ax + a \leq 0\}$.

(1) 若 $a = -\frac{1}{2}$, 求 $\complement_{\mathbb{R}} B$;

(2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围.

22. 已知 $A = \{x | y = \sqrt{5x - x^2 - 4}\}$, $B = \{x | x^2 - 2ax + a + 2 \leq 0\}$, 若 $A \cup B = A$, 那么实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-1, 2)$ B. $[2, \frac{18}{7}]$ C. $(-1, \frac{18}{7})$ D. $(-1, \frac{18}{7}]$





课堂总结



练习

1. 集合 $A = \left\{ n \mid \frac{12}{5-n} \in \mathbb{N}^*, n \in \mathbb{Z} \right\}$, 则集合 A 的元素有 () 个
A. 4 B. 5 C. 6 D. 7
2. 已知集合 $P = \{x \mid y = \sqrt{x-1}\}$, 集合 $Q = \{y \mid y = \sqrt{x-1}\}$, 则 P 与 Q 的关系是 ()
A. $P = Q$ B. $P \supseteq Q$ C. $P \subseteq Q$ D. $P \cap Q = \emptyset$
3. 已知集合 $M = \left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$, $N = \left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$, 则 ()
A. $N \subseteq M$ B. $M \subseteq N$ C. $M = N$ D. $M \cap N = \emptyset$
4. 已知集合 $A = \{x \mid -2 \leq x < 7\}$, ${}_U B = \{x \mid k+1 < x \leq k+4\}$, 若 $A \cup B = \mathbb{R}$, 求实数 k 的取值范围。

