



第10讲:对称性与周期性题型拓展与方法归纳

1. 在 R 上定义的函数 $f(x)$ 是偶函数, 且 $f(x) = f(2-x)$, 若 $f(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上是减函数, 则 $f(x)$ ()

- A. 在区间 $[-2, -1]$ 上是增函数, 在区间 $[3, 4]$ 上是增函数
- B. 在区间 $[-2, -1]$ 上是增函数, 在区间 $[3, 4]$ 上是减函数
- C. 在区间 $[-2, -1]$ 上是减函数, 在区间 $[3, 4]$ 上是增函数
- D. 在区间 $[-2, -1]$ 上是减函数, 在区间 $[3, 4]$ 上是减函数

2. 函数 $y = f(a+x)$ 与函数 $y = f(a-x)$ 的图象关于 ()

- A. 直线 $x = a$ 对称
- B. 点 $(a, 0)$ 对称
- C. 原点对称
- D. y 轴对称

3. 已知函数 $f(x) = (x+a)^3$, 对任意的 x 都有 $f(4-x) = -f(x)$, 则 $f(-1) + f(5) = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 且 $f(x+4) = f(x-2)$. 当 $x \in [-3, 0]$ 时, $f(x) = 6^{-x}$, 则 $f(919) = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 设函数 $y = f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 对任意的 $x \in R$ 都有 $f(x+6) = f(x) + f(3)$ 成立, 若 $f(5) = 2$, 则 $f(2017) = \underline{\hspace{2cm}}$.





6. 已知函数 $f(x)$ 是定义在实数集 R 上的不恒为零的偶函数, 且对任意实数 x 都有 $xf(x+1) = (1+x)f(x)$, 则 $f(\frac{5}{2}) = (\quad)$

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\frac{5}{2}$

7. 设定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) \cdot f(x+2) = 13$, 若 $f(1) = 2$, 则 $f(99) = (\quad)$

- A. 13 B. 2 C. $\frac{13}{2}$ D. $\frac{2}{13}$

8. 已知定义 R 在上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = -f(x)$, 则 $f(6)$ 的值为 (\quad)

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

9. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 并且 $f(x+2) = -\frac{1}{f(x)}$, 当 $2 \leq x \leq 3$ 时, $f(x) = x$, 则

$f(105.5) = (\quad)$

- A. -0.5 B. 0.5 C. -2.5 D. 2.5

10. (2022·新高考 II) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R , 且 $f(x+y) + f(x-y) = f(x)f(y)$, $f(1) = 1$, 则

$\sum_{k=1}^{22} f(k) = (\quad)$

- A. -3 B. -2 C. 0 D. 1





11. (2021·新高考Ⅱ) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R ($f(x)$ 不恒为 0), $f(x+2)$ 为偶函数, $f(2x+1)$ 为奇函数, 则 ()
- A. $f(-\frac{1}{2})=0$ B. $f(-1)=0$ C. $f(2)=0$ D. $f(4)=0$
12. (2021·甲卷) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 R , $f(x+1)$ 为奇函数, $f(x+2)$ 为偶函数, 当 $x \in [1, 2]$ 时, $f(x) = ax^2 + b$. 若 $f(0) + f(3) = 6$, 则 $f(\frac{9}{2}) = ()$
- A. $-\frac{9}{4}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{7}{4}$ D. $\frac{5}{2}$
13. 已知函数 $f(x+1)$ 为奇函数, $f(x-1)$ 也为奇函数, 则 ()
- A. $f(x)$ 为奇函数 B. $f(x)$ 为偶函数 C. $f(x+2) = f(x)$ D. $f(x+3)$ 为奇函数
14. (2018·新课标Ⅱ) 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数, 满足 $f(1-x) = f(1+x)$, 若 $f(1) = 2$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(50) = ()$
- A. -50 B. 0 C. 2 D. 50
15. 已知函数 $f(x)$ ($x \in R$) 满足: $f(x+1)$ 是偶函数, 若函数 $y = |x^2 - 2x - 3|$ 与函数 $y = f(x)$ 图象的交点为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \cdots, (x_m, y_m)$, 则横坐标之和 $x_1 + x_2 + \cdots + x_m = ()$
- A. 0 B. m C. $2m$ D. $4m$





16. 已知函数 $f(x) = \frac{2^x}{2^{x-1} + 1}$, 则下列说法正确的是 ()

- A. 函数 $f(x)$ 单调递增
B. 函数 $f(x)$ 值域为 $(0, 2)$
C. 函数 $f(x)$ 的图象关于 $(0, 1)$ 对称
D. 函数 $f(x)$ 的图象关于 $(1, 1)$ 对称

17. 已知函数 $f(x) = x^2 + 2x + 2^{|x+1|} + a$, 下列结论正确的是 ()

- A. 对于任意实数 a , $f(x) > 0$
B. 对于任意实数 a , 函数 $f(x)$ 图象为轴对称图形
C. 存在实数 a , 使得 $f(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 单调递减
D. 存在实数 a , 使得关于 x 的不等式 $f(x) \geq 5$ 的解集为 $(-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$





课堂总结



练习

1. 设函数 $f(x) = |x+1| + |x-a|$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 则 a 的值为 ()
A. 3 B. 2 C. 1 D. -1
2. 函数 $f(x)$ 对于任意实数 x 满足条件 $f(x+2) = \frac{1}{f(x)}$, 若 $f(1) = -5$, 则 $f(f(5)) = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y) = f(x) + f(y) + 2xy (x, y \in R)$, $f(1) = 2$, 则 $f(-3)$ 等于 ()
A. 2 B. 3 C. 6 D. 9
4. 已知定义 R 在上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = -f(x)$, 则 $f(2016)$ 的值为 ()
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

