



第14讲：诱导公式及应用

1. 已知 α 是第四象限角，且 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

(1) 求 $\tan \alpha$ 的值；

(2) 求 $\frac{\sin(\frac{3}{2}\pi - \alpha) + 2\cos(\alpha + \frac{\pi}{2})}{\sin(\alpha - \pi) - 3\cos(2\pi - \alpha)}$ 的值.

2. 已知 $f(\alpha) = \frac{\sin(\pi - \alpha)\cos(\pi + \alpha)\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\cos(2\pi + \alpha)\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha)\sin(-\pi - \alpha)}$.

(1) 若角 α 的终边过点 $P(-12, 5)$ ，始边为 x 非负半轴，求 $f(\alpha)$ ；

(2) 若 $f(\alpha) = 2$ ，分别求 $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$ 和 $4\sin^2 \alpha - 3\sin \alpha \cos \alpha$ 的值.

3. (2023 秋·镇海期末) $\cos \frac{2024\pi}{3} = (\quad)$

A. $-\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$





4. 计算:

$$(1) \frac{\sqrt{1+\cos 100^{\circ}} \sin 170^{\circ}}{\cos 370^{\circ}+\sqrt{1-\sin ^2 170^{\circ}}}$$

$$(2) \cos \frac{\pi}{5}+\cos \frac{2 \pi}{5}+\cos \frac{3 \pi}{5}+\cos \frac{4 \pi}{5}-\tan \frac{2 \pi}{3}-\tan \frac{\pi}{3}$$

$$5. \cos \frac{\pi}{7}+\cos \frac{2 \pi}{7}+\cos \frac{3 \pi}{7}+\cos \frac{4 \pi}{7}+\cos \frac{5 \pi}{7}+\cos \frac{6 \pi}{7}=\text{_____}.$$

$$6. \text{化简 } \cos ^2 1^{\circ}+\cos ^2 2^{\circ} \cdots \cos ^2 45^{\circ}+\cdots \cos ^2 89^{\circ}.$$

$$7. \text{化简 } \tan 1^{\circ} \tan 2^{\circ} \cdots \tan 45^{\circ} \tan 46^{\circ} \cdots \tan 88^{\circ} \tan 89^{\circ}.$$

8. 在 $\triangle ABC$ 中, 试判断下列关系是否成立, 并说明理由.

$$(1) \cos (A+B)=-\cos C ;$$

$$(2) \sin (A+B)=\sin C ;$$

$$(3) \sin \frac{A+B}{2}=\cos \frac{C}{2} ;$$

$$(4) \cos \frac{A+B}{2}=\sin \frac{C}{2} .$$





9. 若 $n \in \mathbb{Z}$, 则 $\sin n\pi + \cos(n+1)\pi$ 的可能取值是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

10. 化简: $\sin\left(\frac{n}{2}\pi + \alpha\right) + \cos\left(\frac{n}{2}\pi - \alpha\right)$, 其中 $n \in \mathbb{Z}$

11. (2023 秋·宜丰期末) 已知 $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$, 则 $\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{4}{\sin^2 \beta}$ 的最小值 ()

- A. 6 B. 8 C. 9 D. 10

12. (2024·云南一模) 已知 $\tan \alpha = -3$, 则 $\frac{2\sin\left(\alpha + \frac{5\pi}{6}\right)}{2\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \sin(\alpha - \pi)} = ()$

- A. $-3 - \sqrt{3}$ B. $-1 - 3\sqrt{3}$ C. $\frac{1-3\sqrt{3}}{5}$ D. $\frac{1+3\sqrt{3}}{5}$

13. 若 θ 为第四象限角, 且 $\sin(\theta + \pi) = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1+\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)}} - \sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1-\sin\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)}}$ 的值是 ()

- A. 4 B. -4 C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$





14. 已知 $\cos\left(\frac{\pi}{6} + \theta\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) =$ _____.

15. 若 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 则 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) =$ _____.

16. 记 $\cos(-80^\circ) = k$, 那么 $\tan 100^\circ =$ ()

A. $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$

B. $-\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$

C. $\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$

D. $-\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$

17. $\sqrt{1-2\sin(\pi+2)\cos(\pi+2)}$ 等于 ()

A. $\sin 2 - \cos 2$

B. $\cos 2 - \sin 2$

C. $\pm(\sin 2 - \cos 2)$

D. $\sin 2 + \cos 2$

18. (2015 重庆) 若 $\tan \alpha = 2 \tan \frac{\pi}{5}$, 则 $\frac{\cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{10}\right)}{\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{5}\right)} =$ ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4





19. 若 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ 为奇函数, 则 $\varphi =$ _____.

若 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ 为偶函数, 则 $\varphi =$ _____.

20. 函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位得到函数 $g(x)$ 的图象, 若函数 $g(x)$ 是偶函数, 则 $\tan \varphi =$ ()

A. $-\sqrt{3}$

B. $\sqrt{3}$

C. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

21. (2014 全国 I) 设 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 且 $\tan \alpha = \frac{1 + \sin \beta}{\cos \beta}$, 则 ()

A. $3\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$

B. $3\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$

C. $2\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$

D. $2\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$





课堂总结



练习

1. 已知 $\cos(\pi + x) = \frac{3}{5}$, $x \in (\pi, 2\pi)$, 则 $\sin x =$ ()

A. $-\frac{3}{5}$

B. $-\frac{4}{5}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

2. 已知: $\cos(75^\circ + \alpha) = \frac{1}{3}$, 且 $-180^\circ < \alpha < -90^\circ$, 则 $\cos(15^\circ - \alpha) =$ _____.

3. 已知 $\sin(540^\circ + \alpha) = -\frac{4}{5}$, 则 $\cos(\alpha - 270^\circ) =$ _____.

