



第16讲：三角恒等变换题型拓展与方法归纳(2)

题型一：积化和差、和差化积公式

1. (2024·山东模拟) 已知 $\cos\alpha + \cos\beta = \frac{4}{5}$, $\sin\alpha - \sin\beta = -\frac{3}{5}$, 则 $\tan(\alpha - \beta)$ 的值为 ()

A. $-\frac{24}{7}$

B. $-\frac{7}{24}$

C. $\frac{7}{24}$

D. $\frac{24}{7}$

2. 已知 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 且 $\sin\alpha - \sin\beta = -\frac{1}{2}$, $\cos\alpha - \cos\beta = \frac{1}{2}$, 则 $\tan\alpha + \tan\beta =$ _____

3. 已知 $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{1}{3}$, $\cos\alpha + \cos\beta = 1$, 则 $\cos\frac{\alpha - \beta}{2} \cos\frac{\alpha + \beta}{2} =$ _____, $\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin\alpha + \sin\beta} =$ _____.

4. 已知 α, β 为锐角, 且 $\alpha - \beta = \frac{\pi}{6}$, 则 $\sin\alpha \sin\beta$ 的取值范围是 ()

A. $(0, \frac{\sqrt{3}}{2})$

B. $[1, \frac{\sqrt{3}}{2}]$

C. $[-1, \frac{\sqrt{3}}{2}]$

D. $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$

题型二：辅助角公式

5. 已知 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) + \sin\alpha = \frac{4\sqrt{3}}{5}$, 则 $\sin(\alpha + \frac{7\pi}{6}) =$ _____.





6. (2013 课标全国 I 理 15) 设当 $x = \theta$ 时, 函数 $f(x) = \sin x - 2\cos x$ 取得最大值, 则 $\cos \theta =$ _____.

7. (2013 浙江, 理 6) 已知 $\alpha \in R, \sin \alpha + 2\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{2}$, 则 $\tan 2\alpha =$ ()

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $-\frac{4}{3}$

D. $-\frac{3}{4}$

8. 化简 $\tan 70^\circ \cos 10^\circ (\sqrt{3} \tan 20^\circ - 1)$.

9. $y = \frac{1 + \sin x}{2 + \cos x}$ 的最大值为 _____.

题型三: 万能公式

10. (2010 全国) 若 $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$, α 是第三象限的角, 则 $\frac{1 + \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan \frac{\alpha}{2}} =$ ()

A. $-\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. -2

11. 若 $6\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - 2\cos^2 \alpha = 0, \alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, 则 $\sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{3}\right) =$ _____.





12. (2018 全国 III) 函数 $f(x) = \frac{\tan x}{1 + \tan^2 x}$ 的最小正周期为 ()

A. $\frac{\pi}{4}$

B. $\frac{\pi}{2}$

C. π

D. 2π

13. (2018 全国卷 I) 已知角 α 的顶点为坐标原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边上有两点 $A(1, a)$, $B(2, b)$, 且 $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$, 则 $|a - b| =$ ()

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

D. 1

14. (2019 江苏) 已知 $\frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha + \frac{\pi}{4})} = -\frac{2}{3}$, 则 $\sin(2\alpha + \frac{\pi}{4})$ 的值是 _____.

15. 已知 $\frac{1 + \sin \theta + \cos \theta}{1 + \sin \theta - \cos \theta} = \frac{1}{2}$, 则 $\cos \theta =$ _____.

16. 求值: $\frac{3}{\sin^2 20^\circ} - \frac{1}{\cos^2 20^\circ} + 64 \sin^2 20^\circ$.

17. 求值: $\sin^2 20^\circ + \cos^2 50^\circ + \sin 20^\circ \cos 50^\circ$.





18. 求值: $[2\sin 50^\circ + \sin 10^\circ (1 + \sqrt{3}\tan 10^\circ)] \cdot \sqrt{2\sin^2 80^\circ}$

题型四: 正切恒等式

19. $\tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \sqrt{3}\tan 20^\circ \tan 40^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. $(1 + \tan 1^\circ)(1 + \tan 2^\circ) \cdots (1 + \tan 44^\circ)(1 + \tan 45^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$.

21. (2016 江苏) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin A = 2\sin B \sin C$, 则 $\tan A \tan B \tan C$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

22. 已知 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 且 $\sin A = \sin B \sin C$, 则下列结论中正确的是 ()

A. $\tan B + \tan C = \tan B \tan C$

B. $\tan A \tan B \tan C = \tan A + \tan B + \tan C$

C. $1 < \tan A \leq \frac{4}{3}$

D. $\tan A \tan B \tan C$ 的最小值为 4







练习

1. 已知 α 是第二象限角, 且 $\sin(\pi + \alpha) = -\frac{3}{5}$, 则 $\tan 2\alpha$ 的值为 ()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $-\frac{23}{7}$ C. $-\frac{24}{7}$ D. $-\frac{8}{3}$

2. 已知 $\sin 2\theta = \frac{2}{3}$, 则 $\tan^2(\theta - \frac{\pi}{4}) = ()$

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{5}{6}$ C. 5 D. 6

3. 已知 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$, 若 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $\sin(2\alpha - \frac{\pi}{4}) = ()$

- A. $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{10}$ D. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$



高中网课 名师教学
电子教辅 名校试卷
电子讲义 配套资源
使用微信 扫码关注

