



### 第3讲:直线题型总结与拓展

### 题型一：倾斜角、斜率

1. 设直线  $l$  的方程为  $6x - 6y\cos\beta + 13 = 0$ , 则直线  $l$  的倾斜角  $\alpha$  的范围是 ( )  
A.  $[0, \pi]$       B.  $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$       C.  $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$       D.  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}]$

2. 若  $\theta$  为直线  $2x + y + 1 = 0$  的倾斜角, 则过两点  $P(\sin\theta, 0), Q(0, 2\cos\theta - 3\sin\theta)$  的直线的斜率为 ( )  
A. 7      B. 4      C. 2      D. -1

3. 已知点  $A(2, 1), B(3, 4), C(0, 2)$ , 直线  $l: y = k(x - 1)$ , 若直线  $l$  与线段  $AB$  有公共点, 则  $k$  的最大值为 \_\_\_\_\_; 若直线  $l$  与线段  $BC$  有公共点, 则  $k$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

4. 已知点  $A(2, -3), B(-3, -2)$ , 设点  $P(x, y)$  在线段  $AB$  上 (含端点), 则  $\frac{y-1}{x-1}$  的取值范围是 ( )  
A.  $(-\infty, -4] \cup [\frac{3}{4}, +\infty)$       B.  $(-\infty, -\frac{1}{4}] \cup [\frac{3}{4}, +\infty)$   
C.  $[-4, \frac{3}{4}]$       D.  $[\frac{3}{4}, 4]$



**题型二：直线的方程**

5. 下面说法中错误的是 ( )

- A. 经过定点  $P(x_0, y_0)$  的直线都可以用方程  $y - y_0 = k(x - x_0)$  表示
- B. 经过定点  $P(x_0, y_0)$  的直线都可以用方程  $x - x_0 = m(y - y_0)$  表示
- C. 经过定点  $A(0, b)$  的直线都可以用方程  $y = kx + b$  表示
- D. 不经过原点的直线都可以用方程  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  表示
- E. 经过任意两个不同的点  $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$  的直线都可以用方程  $(y - y_1)(x_2 - x_1) = (x - x_1)(y_2 - y_1)$  表示

6. 设直线  $l_1: 3x - y - 1 = 0$  与直线  $l_2: x + 2y - 5 = 0$  的交点为  $A$ , 则  $A$  到直线  $l: x + by + 2 + b = 0$  的距离的最大值为 ( )

- A. 4
- B.  $\sqrt{10}$
- C.  $3\sqrt{2}$
- D.  $\sqrt{11}$

7. 点  $P$  在单位圆上运动, 则  $P$  点到直线  $l: (1 + 3\lambda)x + (1 - 2\lambda)y - (7 + \lambda) = 0$  ( $\lambda$  为任意实数) 的距离的最大值为 ( )

- A.  $2\sqrt{3} + 1$
- B. 6
- C.  $3\sqrt{2} + 1$
- D. 5

8. 直线  $l$  过点  $A(1, 2)$ , 且直线  $l$  在  $x$  轴上的截距是  $y$  轴上截距的两倍, 求直线  $l$  的方程.



9. 过点  $P(4,1)$  作直线  $l$  分别交  $x$  轴、 $y$  轴正半轴交于  $A, B$  两点,  $O$  为坐标原点.

- (1) 当  $|OA| + |OB|$  最小时, 求直线  $l$  方程;
- (2) 当  $\Delta AOB$  的面积最小时, 求直线  $l$  方程;
- (3) 当  $|PA| \cdot |PB|$  最小时, 求直线  $l$  方程;
- (4) 当  $|PA| + |PB|$  最小时, 求直线  $l$  方程.

### 题型三: 平行垂直问题

10. 已知直线  $l_1: 2x + (a+5)y - 8 = 0$ ,  $l_2: (a+3)x + 4y + 3a - 5 = 0$  平行, 则实数  $a$  的值为 ( )

- A.  $-1$  或  $-7$
- B.  $-7$
- C.  $-1$
- D.  $-\frac{13}{3}$

11. 已知  $a, b \in R^+$ , 直线  $l_1: x + (a-2)y + 1 = 0$ ,  $l_2: 2bx + y - 2 = 0$ , 且  $l_1 \perp l_2$ , 则 ( )

- A.  $ab$  的最大值是 1
- B.  $a^2 + b^2$  的最小值是  $\frac{4}{5}$
- C.  $2^a + 4^b$  的最小值是 4
- D.  $\frac{1}{a+1} + \frac{2}{b}$  的最小值是 3

12. 已知直线  $l$  过直线  $2x + y - 5 = 0$  和直线  $x + 2y - 4 = 0$  的交点

- (1) 求过点  $P$  且平行于直线  $3x + 4y - 15 = 0$  的直线  $l_1$  的方程; (结果写成直线方程的一般式)
- (2) 求过点  $P$  且垂直于直线  $3x + 4y - 15 = 0$  的直线  $l_2$  的方程; (结果写成直线方程的一般式)
- (3) 求过点  $P$  并且在两坐标轴上截距相反数的直线  $l_3$  方程. (结果写成直线方程的一般式)





13. 已知点  $P(x_1, y_1)$  和直线  $l: Ax + By + C = 0 (A^2 + B^2 \neq 0)$ .

(1) 求证: 点  $P$  到直线  $l$  的距离  $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ ;

(2) 求证: 两条平行线  $l_1: Ax + By + C_1 = 0$ ,  $l_2: Ax + By + C_2 = 0$  之间的距离是:  $d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ .

14. 过点  $P(1, 2)$  引直线, 使  $A(2, 3)$ ,  $B(4, -5)$  两点到直线的距离相等, 则这条直线的方程是 \_\_\_\_\_.

15. 曲线  $C: xy = 1 (x > 0)$  上到直线  $x + 16y + 2 = 0$  距离最短的点坐标为 ( )

- A.  $(\frac{1}{4}, 4)$       B.  $(4, \frac{1}{4})$       C.  $(-4, -\frac{1}{4})$       D.  $(-\frac{1}{4}, -4)$

16. 过点  $P(3, 0)$  作一直线, 使它夹在两直线  $l_1: 2x - y - 2 = 0$  与  $l_2: x + y + 3 = 0$  之间的线段  $AB$  恰被点  $P$  平分, 求此直线的方程.





## 题型四：对称问题

17. 点  $(-2, 0)$  关于直线  $x - y + 1 = 0$  对称的点的坐标为 ( )

- A.  $(2, 0)$       B.  $(0, 2)$       C.  $(1, 1)$       D.  $(-1, -1)$

18. 点  $A(1, 2)$  关于直线  $l: 2x + y - 3 = 0$  对称的点的坐标为 \_\_\_\_\_.

19. 直线  $l: 2x + y - 3 = 0$  关于点  $A(1, 2)$  对称的方程为 \_\_\_\_\_.

20. 已知直线  $l: x - y - 1 = 0$ ,  $l_1: 2x - y - 2 = 0$ . 若直线  $l_2$  与  $l_1$  关于  $l$  对称, 则  $l_2$  的方程为 \_\_\_\_\_.

21. (2023·深圳模拟) 已知直线  $l$  经过两条直线  $l_1: x + y - 1 = 0$  与  $l_2: x - y + 5 = 0$  的交点  $P$  且与直线  $\sqrt{3}x - y + 3 = 0$  的夹角为  $\frac{\pi}{6}$ , 求直线  $l$  的方程.





22. 已知直线  $l_1: kx + 2y - k - 4 = 0$  恒过点  $M$ , 直线  $l_2: y = x - 1$  上有一动点  $P$ , 点  $N$  的坐标为  $(4, 6)$ , 当  $|PM| + |PN|$  取得最小值时, 点  $P$  的坐标为 ( )  
A.  $(-\frac{2}{5}, -\frac{7}{5})$       B.  $(\frac{17}{5}, \frac{12}{5})$       C.  $(\frac{2}{5}, -\frac{3}{5})$       D.  $(\frac{12}{5}, \frac{7}{5})$
23. 设点  $A(3, 5)$ , 点  $B$  和  $C$  分别为直线  $l: x - 2y + 2 = 0$  和  $y$  轴上的两个动点, 则  $\triangle ABC$  的周长的最小值为 \_\_\_\_\_.  
24. 已知  $\triangle ABC$  的顶点  $A(1, 2)$ ,  $AB$  边上的中线  $CM$  所在的直线方程为  $x + 2y - 1 = 0$ ,  $\angle ABC$  的平分线  $BH$  所在直线方程为  $y = x$ , 则直线  $BC$  的方程为 ( )  
A.  $2x - 3y - 1 = 0$       B.  $2x + 3y - 1 = 0$       C.  $3x - 2y - 1 = 0$       D.  $3x - 2y + 1 = 0$
25. 在  $\triangle ABC$  中, 已知点  $B$  的坐标为  $(2, 3)$ ,  $BC$  边上的高所在直线的方程为  $2x - y - 1 = 0$ .  
(1) 求边  $BC$  所在直线的方程并化为一般式;  
(2) 若  $\angle A$  的平分线所在直线的方程为  $x + y = 2$ , 求边  $AB$  的长度.





## 课堂总结



（此部分为课堂总结区，提供20行手写空间）



## 作业

1. 已知点  $A(-2, -4), B(2, 1)$ , 若直线  $l: kx - y + (2 - k) = 0$  与线段  $AB$  相交, 则  $k$  的取值范围为 ( )  
A.  $(-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$       B.  $(-2, 1)$   
C.  $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$       D.  $(-1, 2)$
2. 已知直线  $l$  过点  $P(1, -2)$ , 且在  $x$  轴和  $y$  轴上的截距互为相反数, 则直线  $l$  的方程为 ( )  
A.  $x - y - 3 = 0$       B.  $x + y + 1 = 0$  或  $x - y - 3 = 0$  或  $2x + y = 0$   
C.  $x - y - 3 = 0$  或  $2x + y = 0$       D.  $x + y + 1 = 0$  或  $2x + y = 0$
3. 已知直线  $l_1: (k - 3)x + (4 - k)y + 1 = 0$  与  $l_2: 2(k - 3)x - 2y + 3 = 0$  平行, 则  $k$  的值是 ( )  
A. 1 或 3      B. 1 或 5      C. 3 或 5      D. 1 或 2
4. 已知直线  $l_1: (2a - 1)x + ay + a = 0$ ,  $l_2: ax - y + 2a = 0$  互相垂直, 则  $a$  的值是 ( )  
A. 0      B. 1      C. 0 或 -1      D. 0 或 1





5. 已知直线  $l$  的方程为  $(2-m)x + (2m+1)y + 3m + 4 = 0$ , 其中  $m \in R$ .
- 求证: 直线  $l$  恒过定点;
  - 当  $m$  变化时, 求点  $P(3, 1)$  到直线  $l$  的距离的最大值;
  - 若直线  $l$  分别与  $x$  轴、 $y$  轴的负半轴交于  $A, B$  两点, 求  $\triangle AOB$  面积的最小值及此时直线  $l$  的方程.
6. 已知  $\triangle ABC$  的顶点  $A(1, 2)$ ,  $AB$  边上的中线  $CM$  所在的直线方程为  $x + 2y - 1 = 0$ ,  $\angle ABC$  的平分线  $BH$  所在直线方程为  $y = x$ . 求:
- 顶点  $B$  的坐标;
  - 直线  $BC$  的方程

