



第3讲：直线题型总结与拓展

题型一：倾斜角、斜率

1. 设直线 l 的方程为 $6x - 6y\cos\beta + 13 = 0$, 则直线 l 的倾斜角 α 的范围是 ()
 A. $[0, \pi]$ B. $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ C. $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ D. $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}]$
2. 若 θ 为直线 $2x + y + 1 = 0$ 的倾斜角, 则过两点 $P(\sin\theta, 0)$, $Q(0, 2\cos\theta - 3\sin\theta)$ 的直线的斜率为 ()
 A. 7 B. 4 C. 2 D. -1
3. 已知点 $A(2, 1)$, $B(3, 4)$, $C(0, 2)$, 直线 $l: y = k(x - 1)$, 若直线 l 与线段 AB 有公共点, 则 k 的最大值为 _____; 若直线 l 与线段 BC 有公共点, 则 k 的取值范围是 _____.
4. 已知点 $A(2, -3)$, $B(-3, -2)$, 设点 $P(x, y)$ 在线段 AB 上 (含端点), 则 $\frac{y-1}{x-1}$ 的取值范围是 ()
 A. $(-\infty, -4] \cup [\frac{3}{4}, +\infty)$ B. $(-\infty, -\frac{1}{4}] \cup [\frac{3}{4}, +\infty)$
 C. $[-4, \frac{3}{4}]$ D. $[\frac{3}{4}, 4]$



**题型二：直线的方程**

5. 下面说法中错误的是 ()
- A. 经过定点 $P(x_0, y_0)$ 的直线都可以用方程 $y - y_0 = k(x - x_0)$ 表示
- B. 经过定点 $P(x_0, y_0)$ 的直线都可以用方程 $x - x_0 = m(y - y_0)$ 表示
- C. 经过定点 $A(0, b)$ 的直线都可以用方程 $y = kx + b$ 表示
- D. 不经过原点的直线都可以用方程 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 表示
- E. 经过任意两个不同的点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 的直线都可以用方程 $(y - y_1)(x_2 - x_1) = (x - x_1)(y_2 - y_1)$ 表示
6. 设直线 $l_1: 3x - y - 1 = 0$ 与直线 $l_2: x + 2y - 5 = 0$ 的交点为 A , 则 A 到直线 $l: x + by + 2 + b = 0$ 的距离的最大值为 ()
- A. 4 B. $\sqrt{10}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $\sqrt{11}$
7. 点 P 在单位圆上运动, 则 P 点到直线 $l: (1 + 3\lambda)x + (1 - 2\lambda)y - (7 + \lambda) = 0$ (λ 为任意实数) 的距离的最大值为 ()
- A. $2\sqrt{3} + 1$ B. 6 C. $3\sqrt{2} + 1$ D. 5
8. 直线 l 过点 $A(1, 2)$, 且直线 l 在 x 轴上的截距是 y 轴上截距的两倍, 求直线 l 的方程.





9. 过点 $P(4,1)$ 作直线 l 分别交 x 轴、 y 轴正半轴交于 A, B 两点, O 为坐标原点.

- (1) 当 $|OA| + |OB|$ 最小时, 求直线 l 方程;
- (2) 当 $\triangle AOB$ 的面积最小时, 求直线 l 方程;
- (3) 当 $|PA| \cdot |PB|$ 最小时, 求直线 l 方程;
- (4) 当 $|PA| + |PB|$ 最小时, 求直线 l 方程.

题型三: 平行垂直问题

10. 已知直线 $l_1: 2x + (a+5)y - 8 = 0$, $l_2: (a+3)x + 4y + 3a - 5 = 0$ 平行, 则实数 a 的值为 ()

- A. -1 或 -7 B. -7 C. -1 D. $-\frac{13}{3}$

11. 已知 $a, b \in \mathbb{R}^+$, 直线 $l_1: x + (a-2)y + 1 = 0$, $l_2: 2bx + y - 2 = 0$, 且 $l_1 \perp l_2$, 则 ()

- A. ab 的最大值是 1 B. $a^2 + b^2$ 的最小值是 $\frac{4}{5}$
 C. $2^a + 4^b$ 的最小值是 4 D. $\frac{1}{a+1} + \frac{2}{b}$ 的最小值是 3

12. 已知直线 l 过直线 $2x + y - 5 = 0$ 和直线 $x + 2y - 4 = 0$ 的交点

- (1) 求过点 P 且平行于直线 $3x + 4y - 15 = 0$ 的直线 l_1 的方程; (结果写成直线方程的一般式)
- (2) 求过点 P 且垂直于直线 $3x + 4y - 15 = 0$ 的直线 l_2 的方程; (结果写成直线方程的一般式)
- (3) 求过点 P 并且在两坐标轴上截距相反数的直线 l_3 方程. (结果写成直线方程的一般式)





13. 已知点 $P(x_1, y_1)$ 和直线 $l: Ax + By + C = 0 (A^2 + B^2 \neq 0)$.

(1) 求证: 点 P 到直线 l 的距离 $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$;

(2) 求证: 两条平行线 $l_1: Ax + By + C_1 = 0, l_2: Ax + By + C_2 = 0$ 之间的距离是: $d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

14. 过点 $P(1, 2)$ 引直线, 使 $A(2, 3), B(4, -5)$ 两点到直线的距离相等, 则这条直线的方程是 _____.

15. 曲线 $C: xy = 1 (x > 0)$ 上到直线 $x + 16y + 2 = 0$ 距离最短的点坐标为 ()

A. $(\frac{1}{4}, 4)$

B. $(4, \frac{1}{4})$

C. $(-4, -\frac{1}{4})$

D. $(-\frac{1}{4}, -4)$

16. 过点 $P(3, 0)$ 作一直线, 使它夹在两直线 $l_1: 2x - y - 2 = 0$ 与 $l_2: x + y + 3 = 0$ 之间的线段 AB 恰被点 P 平分, 求此直线的方程.



**题型四：对称问题**

17. 点 $(-2, 0)$ 关于直线 $x - y + 1 = 0$ 对称的点的坐标为 ()

- A. $(2, 0)$ B. $(0, 2)$ C. $(1, 1)$ D. $(-1, -1)$

18. 点 $A(1, 2)$ 关于直线 $l: 2x + y - 3 = 0$ 对称的点的坐标为 _____.

19. 直线 $l: 2x + y - 3 = 0$ 关于点 $A(1, 2)$ 对称的方程为 _____.

20. 已知直线 $l: x - y - 1 = 0$, $l_1: 2x - y - 2 = 0$. 若直线 l_2 与 l_1 关于 l 对称, 则 l_2 的方程为 _____.

21. (2023·深圳模拟) 已知直线 l 经过两条直线 $l_1: x + y - 1 = 0$ 与 $l_2: x - y + 5 = 0$ 的交点 P 且与直线 $\sqrt{3}x - y + 3 = 0$ 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$, 求直线 l 的方程.





22. 已知直线 $l_1: kx + 2y - k - 4 = 0$ 恒过点 M , 直线 $l_2: y = x - 1$ 上有一动点 P , 点 N 的坐标为 $(4, 6)$, 当 $|PM| + |PN|$ 取得最小值时, 点 P 的坐标为 ()

- A. $(-\frac{2}{5}, -\frac{7}{5})$ B. $(\frac{17}{5}, \frac{12}{5})$ C. $(\frac{2}{5}, -\frac{3}{5})$ D. $(\frac{12}{5}, \frac{7}{5})$

23. 设点 $A(3, 5)$, 点 B 和 C 分别为直线 $l: x - 2y + 2 = 0$ 和 y 轴上的两个动点, 则 $\triangle ABC$ 的周长的最小值为 _____.

24. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(1, 2)$, AB 边上的中线 CM 所在的直线方程为 $x + 2y - 1 = 0$, $\angle ABC$ 的平分线 BH 所在直线方程为 $y = x$, 则直线 BC 的方程为 ()

- A. $2x - 3y - 1 = 0$ B. $2x + 3y - 1 = 0$ C. $3x - 2y - 1 = 0$ D. $3x - 2y + 1 = 0$

25. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知点 B 的坐标为 $(2, 3)$, BC 边上的高所在直线的方程为 $2x - y - 1 = 0$.

(1) 求边 BC 所在直线的方程并化为一般式;

(2) 若 $\angle A$ 的平分线所在直线的方程为 $x + y = 2$, 求边 AB 的长度.





课堂总结



作业

1. 已知点 $A(-2, -4)$, $B(2, 1)$, 若直线 $l: kx - y + (2 - k) = 0$ 与线段 AB 相交, 则 k 的取值范围为 ()
- A. $(-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$ B. $(-2, 1)$
C. $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$ D. $(-1, 2)$
2. 已知直线 l 过点 $P(1, -2)$, 且在 x 轴和 y 轴上的截距互为相反数, 则直线 l 的方程为 ()
- A. $x - y - 3 = 0$ B. $x + y + 1 = 0$ 或 $x - y - 3 = 0$ 或 $2x + y = 0$
C. $x - y - 3 = 0$ 或 $2x + y = 0$ D. $x + y + 1 = 0$ 或 $2x + y = 0$
3. 已知直线 $l_1: (k - 3)x + (4 - k)y + 1 = 0$ 与 $l_2: 2(k - 3)x - 2y + 3 = 0$ 平行, 则 k 的值是 ()
- A. 1 或 3 B. 1 或 5 C. 3 或 5 D. 1 或 2
4. 已知直线 $l_1: (2a - 1)x + ay + a = 0$, $l_2: ax - y + 2a = 0$ 互相垂直, 则 a 的值是 ()
- A. 0 B. 1 C. 0 或 -1 D. 0 或 1





5. 已知直线 l 的方程为 $(2-m)x + (2m+1)y + 3m + 4 = 0$, 其中 $m \in R$.
- (1) 求证: 直线 l 恒过定点;
 - (2) 当 m 变化时, 求点 $P(3, 1)$ 到直线 l 的距离的最大值;
 - (3) 若直线 l 分别与 x 轴、 y 轴的负半轴交于 A, B 两点, 求 $\triangle AOB$ 面积的最小值及此时直线 l 的方程.
6. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(1, 2)$, AB 边上的中线 CM 所在的直线方程为 $x + 2y - 1 = 0$, $\angle ABC$ 的平分线 BH 所在直线方程为 $y = x$. 求:
- (1) 顶点 B 的坐标;
 - (2) 直线 BC 的方程

