第 5 讲：直线与圆的位置关系

题型一：直线与圆相交

1. 过点 $(-4,0)$ 作直线 l 与圆 $x^2+y^2+2x-4y-20=0$ 交于 A,B 两点，如果 $|AB|=8$，则直线 l 的方程为 ______.

2. (2023·新高考Ⅱ) 已知直线 $x-my+1=0$ 与 $\odot C$：$(x-1)^2+y^2=4$ 交于 A，B 两点，写出满足“$\triangle ABC$ 面积为 $\frac{8}{5}$”的 m 的一个值 ______.

3. 已知直线 l：$x+my+3m-\sqrt{3}=0$ 与圆 $x^2+y^2=12$ 交于 A，B 两点，过 A，B 分别作 l 的垂线与 y 轴交于 C，D 两点，若 $|AB|=2\sqrt{3}$，则 $|CD|=$ (　　)

   A. 4　　B. 3　　C. $\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{3}$

4. (2024 春·河南月考) 已知点 $m(x_0,y_0)$ 是圆 O:$x^2+y^2=1$ 上一点，直线 l:$x_0x+y_0y-1=0$ 交圆 Q:$(x-2)^2+y^2=2$ 于 A，B 两点，且 $\angle AQB=90^\circ$，则 $x_0y_0=$ (　　)

   A. 0　　B. 1　　C. ±1　　D. $\pm\sqrt{2}$

5. (2024·甲卷) 已知 a，b，c 成等差数列，直线 $ax+by+c=0$ 与圆 C:$x^2+(y+2)^2=5$ 交于 A，B 两点，则 $|AB|$ 的最小值为 (　　)

   A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 6

6. 已知圆的方程为 $x^2+y^2-6x-8y=0$，设该圆过点 $(3,5)$ 的最长弦和最短弦分别为 AC 和 BD，则四边形 $ABCD$ 的面积为 ______.

7. 已知 $P(1,2)$ 点为圆 $(x+1)^2+y^2=9$ 的弦 AB 的中点，则直线 AB 的方程为（　　）

A. $x-y-3=0$　　B. $x+y+3=0$　　C. $x+y-3=0$　　D. $x-y+3=0$

8. (2024·安徽模拟) 已知直线 $l:(a+2)x-(a+1)y-1=0$ 与圆 $C:x^2+y^2=4$ 交于点 A，B，点 $P(1,1)$，AB 中点为 Q，则（　　）

A. $|AB|$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$

B. $|AB|$ 的最大值为 4

C. $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 为定值

D. 存在定点 M，使得 $|MQ|$ 为定值

9. 若直线 $y=kx-1$ 与曲线 $y=\sqrt{-x^2+4x-3}$ 恰有两个公共点，则实数 k 的取值范围是（　　）

A. $\left(\frac{4}{3},+\infty\right)$　　B. $\left[1,\frac{4}{3}\right)$　　C. $\left[1,\frac{4}{3}\right]$　　D. $\left(0,\frac{4}{3}\right)$

10. 若实数 x，y 满足 $y=1+\sqrt{1-(x-2)^2}$，则 $z=\frac{y}{x+1}$ 的最大值为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1

题型二：圆与圆的位置关系

11. 已知两圆 $x^2+y^2+4ax+4a^2-4=0$ 和 $x^2+y^2-2by+b^2-1=0$ 恰有三条公切线，若 $a\in R$，$b\in R$，且 $ab\neq 0$，则 $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$ 的最小值为（　　）

A. 3　　B. 1　　C. $\frac{4}{9}$　　D. $\frac{1}{9}$

12. 已知圆 $C:(x-3)^2+(y-4)^2=1$ 和两点 $A(-m,0)$，$B(m,0)(m>0)$，若圆 C 上存在点 P，使得 $\angle APB=90^\circ$，则 m 的最大值为（　　）

A. 7　　B. 6　　C. 5　　D. 4

13. 已知 P 是圆 O:$x^2+y^2=1$ 上的一个动点，直线 l:$x-y-5=0$ 上存在两点 A，B，使得 $\angle APB\geqslant\frac{\pi}{2}$ 恒成立，则 $|AB|$ 的最小值是（　　）

A. $3\sqrt{2}+1$　　B. $5\sqrt{2}+2$　　C. $4\sqrt{3}+1$　　D. $5\sqrt{3}+2$

14. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(0,3)$，直线 l: $y=2x-4$，设圆 C 的半径为 1，圆心在 l 上．若圆 C 上存在点 M，使 $|MA|=2|MO|$，则圆心 C 的横坐标 a 的取值范围为 ______.

15. 在平面直角坐标系 xOy 中，圆 C 的方程为 $x^2+y^2-8x+15=0$，若直线 $y=kx-2$ 上至少存在一点，使得以该点为圆心，1 为半径的圆与圆 C 有公共点，则 k 的最大值是 ______.

16. 圆 $x^2+y^2+x-2y-20=0$ 与圆 $x^2+y^2=25$ 相交所得的公共弦所在直线方程为 ______.

17. 若圆 $x^2+y^2=4$ 与圆 $x^2+y^2+2ay-6=0(a>0)$ 公共弦的长为 $2\sqrt{3}$，则 $a=$ ______.

18. 若$\odot O_1$: $x^2+y^2=5$与$\odot O_2$: $(x-m)^2+y^2=20(m\in R)$相交于A、B两点，且两圆在点A处的切线互相垂直，则线段AB的长度是______.

19. (2022新高考Ⅰ)写出与圆$x^2+y^2=1$和$(x-3)^2+(y-4)^2=16$都相切的的一条直线的方程______.

20. 已知圆C_1: $x^2+y^2=1$与圆C_2: $x^2+y^2-8x+6y+m=0$相内切，则C_1与C_2的公切线方程为(　　)

A. $3x-4y-5=0$　　B. $3x-4y+5=0$　　C. $4x-3y-5=0$　　D. $4x-3y+5=0$

题型三：圆系方程

21. 已知圆C:$x^2+y^2-2x-4y-m=0$，若直线l:$x+y-2=0$与圆C相交于A,B两点，且$OA\perp OB$(O为坐标原点)，求m的值和以AB为直径的圆的方程.

22. 求圆心在直线$3x+4y-1=0$上且过两圆$x^2+y^2-x+y-2=0$与圆$x^2+y^2=5$的交点的圆的方程______.

课堂总结

作业

1. 已知圆 C：$(x-a)^2+(y-2)^2=4(a>0)$ 及直线 l:$x-y+3=0$．当直线 l 被圆 C 截得的弦长为 $2\sqrt{3}$ 时，则 a 的值为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $2-\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{2}-1$　　D. $\sqrt{2}+1$

2. 过点 $(0,1)$ 的直线与圆 $x^2+y^2=4$ 相交于 A，B 两点，则 $|AB|$ 的最小值为（　　）

A. 2　　B. $2\sqrt{3}$　　C. 3　　D. $2\sqrt{5}$

3. (2015• 湖南) 若直线 $3x-4y+5=0$ 与圆 $x^2+y^2=r^2(r>0)$ 相交于 A，B 两点，且 $\angle AOB=120°$，(O 为坐标原点)，则 $r=$ ______．

4. 已知 $\odot O_1$：$x^2+(y-1)^2=1$ 与 $\odot O_2$：$(x-a)^2+(y-2)^2=9$ 有且仅有 3 条公切线，则 a 的取值集合为（　　）

A. $(-\infty,-\sqrt{15})\cup(\sqrt{15},+\infty)$　　B. $(-\sqrt{15},-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3},\sqrt{15})$

C. $\{-\sqrt{15},\sqrt{15}\}$　　D. $\{-\sqrt{3},\sqrt{3}\}$

5. 已知圆 C：$(x-2)^2+y^2=2$，直线 l：$y=kx-2$，若直线 l 上存在点 P，过点 P 引圆的两条切线 l_1，l_2，使得 $l_1\perp l_2$，则直线 l 斜率的取值范围是 ______．