



第8讲:抛物线方程及性质

题型一:抛物线的定义

1. 若点 P 到直线 $x=-1$ 的距离比它到点 $(2, 0)$ 的距离小 1, 则点 P 的轨迹为 ()
A. 圆 B. 椭圆 C. 双曲线 D. 抛物线
2. (2024·上海) 已知抛物线 $y^2=4x$ 上有一点 P 到准线的距离为 9, 那么 P 到 x 轴的距离为 _____.
3. 设动圆 M 与 y 轴相切且与圆 $C:x^2+y^2-2x=0$ 相外切, 则动圆圆心 M 的轨迹方程为 _____.
4. (2023·全国) 抛物线 $y^2=2px$ 过点 $(1, \sqrt{3})$, 求焦点 ()
A. $(\frac{\sqrt{3}}{12}, 0)$ B. $(\frac{\sqrt{3}}{6}, 0)$
C. $(\frac{3}{4}, 0)$ D. $(\frac{3}{2}, 0)$
5. (2023·北京) 已知抛物线 $C:y^2=8x$ 的焦点为 F , 点 M 在 C 上, 若 M 到直线 $x=-3$ 的距离为 5, 则 $|MF|=()$
A. 7 B. 6 C. 5 D. 4





6. 顶点在原点,对称轴为坐标轴,且过点 $P(-4, -2)$ 的抛物线的标准方程是 _____.
7. 设 F 为抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点,曲线 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 与 C 交于点 P , $PF \perp x$ 轴,则 $k =$ ()
- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2
8. (2023·天津) 过原点的一条直线与圆 $C: (x+2)^2 + y^2 = 3$ 相切,交曲线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 于点 P ,若 $|OP| = 8$,则 p 的值为 _____
9. (2024·天津) $(x-1)^2 + y^2 = 25$ 的圆心与抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 重合,两曲线与第一象限交于点 P ,则原点到直线 PF 的距离为 _____.
10. 已知抛物线 C 的焦点为 F ,准线为 l ,过 F 的直线 m 与 C 交于 A, B 两点,点 A 在 l 上的投影为 D .
若 $|AB| = |BD|$,则 $\frac{|AF|}{|BF|} =$ ()
- A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. 3





11. 已知点 $P(0, 3)$, 抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 射线 FP 与抛物线 C 相交于点 M , 与其准线交于点 N , 若 $\frac{|FM|}{|MN|} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $p =$ ()
- A. 1 B. 2 C. $\frac{3}{2}$ D. 3
12. (2022 乙卷) 设 F 为抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点, 点 A 在 C 上, 点 $B(3, 0)$, 若 $|AF| = |BF|$, 则 $|AB| =$ ()
- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. 3 D. $3\sqrt{2}$
13. 已知 F 是抛物线 $y^2 = x$ 的焦点, A, B 是该抛物线上的两点, $|AF| + |BF| = 3$, 则线段 AB 的中点到 y 轴的距离为 ()
- A. $\frac{3}{4}$ B. 1 C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{7}{4}$
14. 已知抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点为 F , 准线与 x 轴的交点为 K , 点 A 在 C 上且 $|AK| = \sqrt{2}|AF|$, 则 $\triangle AFK$ 的面积为 ()
- A. 4 B. 8
C. 16 D. 32



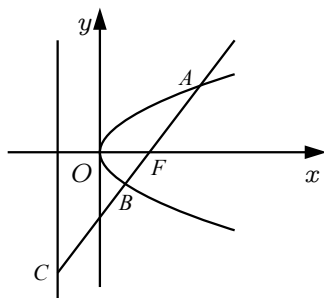


15. 设抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 不经过焦点的直线上有三个不同的点 A, B, C , 其中点 A, B 在抛物线上, 点 C 在 y 轴上, 则 $\triangle BCF$ 与 $\triangle ACF$ 的面积之比是 ()

A. $\frac{|BF|-1}{|AF|-1}$ B. $\frac{|BF|^2-1}{|AF|^2-1}$
C. $\frac{|BF|+1}{|AF|+1}$ D. $\frac{|BF|^2+1}{|AF|^2+1}$

16. 如图过抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 的直线依次交抛物线及准线于点 A, B, C , 若 $|BC| = 2|BF|$, 且 $|AF| = 3$, 则抛物线的方程为 ()

A. $y^2 = \frac{3}{2}x$ B. $y^2 = 9x$ C. $y^2 = \frac{9}{2}x$ D. $y^2 = 3x$



17. 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), P_3(x_3, y_3)$ 在抛物线上, 且 $2x_2 = x_1 + x_3$, 则有 ()

A. $|FP_1| + |FP_2| = |FP_3|$ B. $|FP_1|^2 + |FP_2|^2 = |FP_3|^2$
C. $2|FP_2| = |FP_1| + |FP_3|$ D. $|FP_2|^2 = |FP_3| \cdot |FP_1|$





18. 设 F 为抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点, A, B, C 为该抛物线上三点, 若 $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FC} = \vec{0}$, 则 $|FA| + |FB| + |FC| = (\quad)$
- A. 9 B. 6 C. 4 D. 3

题型二: 定义转化求最值

19. 已知点 P 在抛物线 $y^2 = 4x$ 上, 那么点 P 到点 $Q(2, -1)$ 的距离与点 P 到抛物线焦点距离之和取得最小值时, 点 P 的坐标为 $(\quad)$
- A. $(\frac{1}{4}, -1)$ B. $(\frac{1}{4}, 1)$ C. $(1, 2)$ D. $(1, -2)$
20. 已知点 P 是抛物线 $y^2 = 2x$ 上的一个动点, 则点 P 到点 $(0, 2)$ 的距离与 P 到该抛物线准线的距离之和的最小值为 $(\quad)$
- A. $\frac{\sqrt{17}}{2}$ B. 3 C. $\sqrt{5}$ D. $\frac{9}{2}$
21. 已知直线 $l_1: 4x - 3y + 6 = 0$ 和直线 $l_2: x = -1$, 抛物线 $y^2 = 4x$ 上一动点 P 到直线 l_1 和直线 l_2 的距离之和的最小值是 $(\quad)$
- A. 2 B. 3 C. $\frac{11}{5}$ D. $\frac{37}{16}$





22. 已知抛物线方程为 $y^2 = 4x$, 直线 l 的方程为 $x - y + 5 = 0$, 在抛物线上有一动点 P 到 y 轴的距离为 d_1 , 到直线 l 的距离为 d_2 , 则 $d_1 + d_2$ 的最小值为 _____.

23. 已知 P 为抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的动点, 点 P 在 x 轴上的射影为 M , 点 A 的坐标是 $(2, 0)$, 则 $|PA| + |PM|$ 的最小值是 _____.

24. 已知 M 是抛物线 $x^2 = 4y$ 上一点, F 为其焦点, 点 A 在圆 $C: (x+1)^2 + (y-5)^2 = 1$ 上, 则 $|MA| + |MF|$ 的最小值是 _____.

25. 已知 F 是椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左焦点, 点 M 在 C 上, N 在 $\odot P: x^2 + (y-3)^2 = 2x$ 上, 则 $|MF| - |MN|$ 的最大值是 ()

A. 2

B. $\sqrt{10} - 1$

C. $\sqrt{13} - 1$

D. $\sqrt{13} + 1$

26. 已知 F 是椭圆 $5x^2 + 9y^2 = 45$ 的左焦点, P 是此椭圆上的动点, $A(1, 1)$ 是一定点, 则 $|PA| + |PF|$ 的最大值是 _____.







作业

1. 抛物线 $C: y^2 = 2px$ 的焦点为 F , $M(3, y_0)$ 在抛物线 C 上且 $|MF| = 5$, 则抛物线 C 的方程为 ()
- A. $y^2 = 4x$ B. $y^2 = 8x$ C. $y^2 = 16x$ D. $y^2 = 32x$
2. (2020·新课标 I) 已知 A 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 上一点, 点 A 到 C 的焦点的距离为 12, 到 y 轴的距离为 9, 则 $p =$ ()
- A. 2 B. 3 C. 6 D. 9
3. 已知抛物线 $C_1: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点到双曲线 $C_2: \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ 的渐近线的距离为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$, 则实数 p 的值为 _____.
4. 已知抛物线关于 x 轴对称, 它的顶点在坐标原点 O , 并且经过点 $M(2, y_0)$, 若点 M 到该抛物线焦点的距离为 3, 则 $|OM| =$ ()
- A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $2\sqrt{5}$
5. 已知双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 2, 若抛物线 $C_2: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点到双曲线 C_1 的渐近线的距离为 2, 则抛物线 C_2 的方程为 ()
- A. $x^2 = \frac{8\sqrt{3}}{3}y$ B. $x^2 = \frac{16\sqrt{3}}{3}y$ C. $x^2 = 8y$ D. $x^2 = 16y$

