



\*\*\*\*\*  
第8讲:抛物线方程及性质  
\*\*\*\*\*

题型一:抛物线的定义

1. 若点  $P$  到直线  $x=-1$  的距离比它到点  $(2, 0)$  的距离小 1, 则点  $P$  的轨迹为 ( )  
A. 圆                      B. 椭圆                      C. 双曲线                      D. 抛物线
2. (2024·上海) 已知抛物线  $y^2=4x$  上有一点  $P$  到准线的距离为 9, 那么  $P$  到  $x$  轴的距离为 \_\_\_\_\_.
3. 设动圆  $M$  与  $y$  轴相切且与圆  $C: x^2 + y^2 - 2x = 0$  相外切, 则动圆圆心  $M$  的轨迹方程为 \_\_\_\_\_.
4. (2023·全国) 抛物线  $y^2=2px$  过点  $(1, \sqrt{3})$ , 求焦点 ( )  
A.  $(\frac{\sqrt{3}}{12}, 0)$                       B.  $(\frac{\sqrt{3}}{6}, 0)$   
C.  $(\frac{3}{4}, 0)$                       D.  $(\frac{3}{2}, 0)$
5. (2023·北京) 已知抛物线  $C: y^2=8x$  的焦点为  $F$ , 点  $M$  在  $C$  上, 若  $M$  到直线  $x=-3$  的距离为 5, 则  $|MF| = ( )$   
A. 7                      B. 6                      C. 5                      D. 4





6. 顶点在原点,对称轴为坐标轴,且过点  $P(-4, -2)$  的抛物线的标准方程是 \_\_\_\_\_.
7. 设  $F$  为抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点,曲线  $y = \frac{k}{x} (k > 0)$  与  $C$  交于点  $P$ ,  $PF \perp x$  轴,则  $k =$  ( )
- A.  $\frac{1}{2}$                       B. 1                      C.  $\frac{3}{2}$                       D. 2
8. (2023·天津) 过原点的一条直线与圆  $C: (x+2)^2 + y^2 = 3$  相切,交曲线  $y^2 = 2px (p > 0)$  于点  $P$ ,若  $|OP| = 8$ ,则  $p$  的值为 \_\_\_\_\_
9. (2024·天津)  $(x-1)^2 + y^2 = 25$  的圆心与抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点  $F$  重合,两曲线与第一象限交于点  $P$ ,则原点到直线  $PF$  的距离为 \_\_\_\_\_.
10. 已知抛物线  $C$  的焦点为  $F$ ,准线为  $l$ ,过  $F$  的直线  $m$  与  $C$  交于  $A$ 、 $B$  两点,点  $A$  在  $l$  上的投影为  $D$ .  
若  $|AB| = |BD|$ ,则  $\frac{|AF|}{|BF|} =$  ( )
- A.  $\frac{3}{2}$                       B. 2                      C.  $\frac{5}{2}$                       D. 3





11. 已知点  $P(0, 3)$ , 抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ , 射线  $FP$  与抛物线  $C$  相交于点  $M$ , 与其准线交于点  $N$ , 若  $\frac{|FM|}{|MN|} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ , 则  $p =$  ( )
- A. 1                      B. 2                      C.  $\frac{3}{2}$                       D. 3
12. (2022 乙卷) 设  $F$  为抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点, 点  $A$  在  $C$  上, 点  $B(3, 0)$ , 若  $|AF| = |BF|$ , 则  $|AB| =$  ( )
- A. 2                      B.  $2\sqrt{2}$                       C. 3                      D.  $3\sqrt{2}$
13. 已知  $F$  是抛物线  $y^2 = x$  的焦点,  $A, B$  是该抛物线上的两点,  $|AF| + |BF| = 3$ , 则线段  $AB$  的中点到  $y$  轴的距离为 ( )
- A.  $\frac{3}{4}$                       B. 1                      C.  $\frac{5}{4}$                       D.  $\frac{7}{4}$
14. 已知抛物线  $C: y^2 = 8x$  的焦点为  $F$ , 准线与  $x$  轴的交点为  $K$ , 点  $A$  在  $C$  上且  $|AK| = \sqrt{2}|AF|$ , 则  $\triangle AFK$  的面积为 ( )
- A. 4                      B. 8  
C. 16                      D. 32



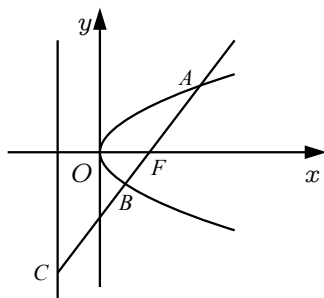


15. 设抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 不经过焦点的直线上有三个不同的点  $A, B, C$ , 其中点  $A, B$  在抛物线上, 点  $C$  在  $y$  轴上, 则  $\triangle BCF$  与  $\triangle ACF$  的面积之比是 ( )

- A.  $\frac{|BF|-1}{|AF|-1}$                       B.  $\frac{|BF|^2-1}{|AF|^2-1}$   
C.  $\frac{|BF|+1}{|AF|+1}$                       D.  $\frac{|BF|^2+1}{|AF|^2+1}$

16. 如图过抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点  $F$  的直线依次交抛物线及准线于点  $A, B, C$ , 若  $|BC| = 2|BF|$ , 且  $|AF| = 3$ , 则抛物线的方程为 ( )

- A.  $y^2 = \frac{3}{2}x$                       B.  $y^2 = 9x$                       C.  $y^2 = \frac{9}{2}x$                       D.  $y^2 = 3x$



17. 已知抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ , 点  $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), P_3(x_3, y_3)$  在抛物线上, 且  $2x_2 = x_1 + x_3$ , 则有 ( )

- A.  $|FP_1| + |FP_2| = |FP_3|$                       B.  $|FP_1|^2 + |FP_2|^2 = |FP_3|^2$   
C.  $2|FP_2| = |FP_1| + |FP_3|$                       D.  $|FP_2|^2 = |FP_3| \cdot |FP_1|$





18. 设  $F$  为抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点,  $A, B, C$  为该抛物线上三点, 若  $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FC} = \vec{0}$ , 则  $|FA| + |FB| + |FC| = ( \quad )$

A. 9

B. 6

C. 4

D. 3

### 题型二: 定义转化求最值

19. 已知点  $P$  在抛物线  $y^2 = 4x$  上, 那么点  $P$  到点  $Q(2, -1)$  的距离与点  $P$  到抛物线焦点距离之和取得最小值时, 点  $P$  的坐标为  $( \quad )$

A.  $(\frac{1}{4}, -1)$ B.  $(\frac{1}{4}, 1)$ C.  $(1, 2)$ D.  $(1, -2)$ 

20. 已知点  $P$  是抛物线  $y^2 = 2x$  上的一个动点, 则点  $P$  到点  $(0, 2)$  的距离与  $P$  到该抛物线准线的距离之和的最小值为  $( \quad )$

A.  $\frac{\sqrt{17}}{2}$ 

B. 3

C.  $\sqrt{5}$ D.  $\frac{9}{2}$ 

21. 已知直线  $l_1: 4x - 3y + 6 = 0$  和直线  $l_2: x = -1$ , 抛物线  $y^2 = 4x$  上一动点  $P$  到直线  $l_1$  和直线  $l_2$  的距离之和的最小值是  $( \quad )$

A. 2

B. 3

C.  $\frac{11}{5}$ D.  $\frac{37}{16}$ 



22. 已知抛物线方程为  $y^2 = 4x$ , 直线  $l$  的方程为  $x - y + 5 = 0$ , 在抛物线上有一动点  $P$  到  $y$  轴的距离为  $d_1$ , 到直线  $l$  的距离为  $d_2$ , 则  $d_1 + d_2$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

23. 已知  $P$  为抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  的动点, 点  $P$  在  $x$  轴上的射影为  $M$ , 点  $A$  的坐标是  $(2, 0)$ , 则  $|PA| + |PM|$  的最小值是 \_\_\_\_\_.

24. 已知  $M$  是抛物线  $x^2 = 4y$  上一点,  $F$  为其焦点, 点  $A$  在圆  $C: (x+1)^2 + (y-5)^2 = 1$  上, 则  $|MA| + |MF|$  的最小值是 \_\_\_\_\_.

25. 已知  $F$  是椭圆  $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  的左焦点, 点  $M$  在  $C$  上,  $N$  在  $\odot P: x^2 + (y-3)^2 = 2x$  上, 则  $|MF| - |MN|$  的最大值是 ( )

A. 2

B.  $\sqrt{10} - 1$

C.  $\sqrt{13} - 1$

D.  $\sqrt{13} + 1$

26. 已知  $F$  是椭圆  $5x^2 + 9y^2 = 45$  的左焦点,  $P$  是此椭圆上的动点,  $A(1, 1)$  是一定点, 则  $|PA| + |PF|$  的最大值是 \_\_\_\_\_.





## 课堂总结



## 作业

1. 抛物线  $C: y^2 = 2px$  的焦点为  $F$ ,  $M(3, y_0)$  在抛物线  $C$  上且  $|MF| = 5$ , 则抛物线  $C$  的方程为 ( )
- A.  $y^2 = 4x$                       B.  $y^2 = 8x$                       C.  $y^2 = 16x$                       D.  $y^2 = 32x$
2. (2020·新课标 I) 已知  $A$  为抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  上一点, 点  $A$  到  $C$  的焦点的距离为 12, 到  $y$  轴的距离为 9, 则  $p =$  ( )
- A. 2                                  B. 3                                  C. 6                                  D. 9
3. 已知抛物线  $C_1: x^2 = 2py (p > 0)$  的焦点到双曲线  $C_2: \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$  的渐近线的距离为  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ , 则实数  $p$  的值为 \_\_\_\_\_.
4. 已知抛物线关于  $x$  轴对称, 它的顶点在坐标原点  $O$ , 并且经过点  $M(2, y_0)$ , 若点  $M$  到该抛物线焦点的距离为 3, 则  $|OM| =$  ( )
- A.  $2\sqrt{2}$                       B.  $2\sqrt{3}$                       C. 4                                  D.  $2\sqrt{5}$
5. 已知双曲线  $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的离心率为 2, 若抛物线  $C_2: x^2 = 2py (p > 0)$  的焦点到双曲线  $C_1$  的渐近线的距离为 2, 则抛物线  $C_2$  的方程为 ( )
- A.  $x^2 = \frac{8\sqrt{3}}{3}y$                       B.  $x^2 = \frac{16\sqrt{3}}{3}y$                       C.  $x^2 = 8y$                       D.  $x^2 = 16y$

