第3讲：直线与圆题型拓展(1)

1. 下列说法正确的是（　　）

A. “$a=-1$”是“直线 $x-ay+3=0$ 与直线 $ax-y+1=0$ 互相垂直”的充分必要条件

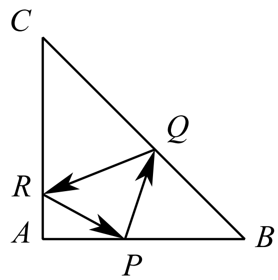
B. 直线 $x\cos\alpha-y+3=0$ 的倾斜角 θ 的取值范围是 $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]\cup\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right)$

C. 若圆 C_1：$x^2+y^2-6x+4y+12=0$ 与圆 C_2：$x^2+y^2-14x-2y+a=0$ 有且只有一个公共点，则 $a=34$

D. 若直线 $y=x+b$ 与曲线 $y=3-\sqrt{4x-x^2}$ 有公共点，则实数 b 的取值范围是 $[1-2\sqrt{2},3]$

2. (2013·湖南) 在等腰直角三角形 ABC 中，$AB=AC=4$，点 P 是边上异于 AB 的一点，光线从点 P 出发，经 BC，CA 反射后又回到点 P(如图)，若光线 QR 经过 ΔABC 的重心，则 AP 等于（　　）

A. 2　　B. 1　　C. $\frac{8}{3}$　　D. $\frac{4}{3}$



3. 已知两条直线 l_1：$(\lambda+2)x+(1-\lambda)y+2\lambda-5=0$，$l_2$：$(k+1)x+(1-2k)y+k-5=0$，且 $l_1/\!/l_2$，当两平行线距离最大时，$\lambda+k=$（　　）

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

4. 在平面直角坐标系 xOy(O 为坐标原点) 中，不过原点的两直线 l_1：$x-my+2m-1=0$，l_2：$mx+y-m-2=0$ 的交点为 P，过点 O 分别向直线 l_1、l_2 引垂线，垂足分别为 M，N，则四边形 $OMPN$ 的面积的最大值为（　　）

A. 3　　B. $\dfrac{3}{2}$　　C. 5　　D. $\dfrac{5}{2}$

5. 已知直线 l_1：$kx+y-2k+3=0$，l_2：$x-ky+3k-4=0$，设两直线分别过定点 A，B，直线 l_1 和直线 l_2 的交点为 P，则下列结论正确的是（　　）

A. 直线 l_1 过定点 $A(2,-3)$，直线 l_2 过定点 $B(4,3)$

B. $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$

C. $\triangle PAB$ 面积的最大值为 5

D. 若 $C(-1,0)$，$D(1,0)$，则 P 恒满足 $|PD|=\sqrt{2}|PC|$

6. 古希腊著名数学家阿波罗尼斯与欧几里得、阿基米德齐名．他发现："平面内到两个定点 A，B 的距离之比为定值 $\lambda(\lambda\neq 1)$ 的点的轨迹是圆"．后来，人们将这个圆以他的名字命名，称为阿波罗尼斯圆，简称阿氏圆在平面直角坐标系 xOy 中，$A(-2,0)$，$B(4,0)$，点 P 满足 $\dfrac{|PA|}{|PB|}=\dfrac{1}{2}$．设点 P 的轨迹为 C，下列结论正确的是（　　）

A. C 的方程为 $(x+4)^2+y^2=9$

B. 在 x 轴上存在异于 A，B 的两定点 D，E，使得 $\dfrac{|PD|}{|PE|}=\dfrac{1}{2}$

C. 当 A，B，P 三点不共线时，射线 PO 是 $\angle APB$ 的平分线

D. 在 C 上存在点 M，使得 $|MO|=2|MA|$

7. 已知直线 $l: ax+by-r^2=0$ 与圆 $C: x^2+y^2=r^2$，点 $A(a, b)$，则下列说法正确的是（　　）

A. 若点 A 在圆 C 上，则直线 l 与圆 C 相切

B. 若点 A 在圆 C 内，则直线 l 与圆 C 相离

C. 若点 A 在圆 C 外，则直线 l 与圆 C 相离

D. 若点 A 在直线 l 上，则直线 l 与圆 C 相切

8. (2021·新高考Ⅰ) 已知点 P 在圆 $(x-5)^2+(y-5)^2=16$ 上，点 $A(4, 0)$，$B(0, 2)$，则（　　）

A. 点 P 到直线 AB 的距离小于 10

B. 点 P 到直线 AB 的距离大于 2

C. 当 $\angle PBA$ 最小时，$|PB|=3\sqrt{2}$

D. 当 $\angle PBA$ 最大时，$|PB|=3\sqrt{2}$

9. 已知圆 C 的方程为 $x^2+(y-2)^2=1$，点 $Q(0, 3)$，点 P 是 x 轴上的一个动点，过点 P 作圆 C 的两条切线，切点分别为 A，B，则（　　）

A. 存在切点 A，B 使得 $\angle AQB$ 为直角

B. 直线 AB 过定点 $\left(0, \dfrac{3}{2}\right)$

C. $\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}$ 的取值范围是 $\left[0, \dfrac{3}{2}\right]$

D. $\triangle QAB$ 面积的取值范围是 $\left(0, \dfrac{3}{4}\sqrt{3}\right]$

10. 过原点 O 作圆 $x^2+y^2-6x-8y+20=0$ 的两条切线，设切点分别为 P, Q，则 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=$ ______；线段 PQ 的长为 ______.

11. 设点 P 是函数 $y=-\sqrt{4-(x-1)^2}$ 图象上任意一点，点 $Q(2a,a-3)\ (a\in R)$，则 $|PQ|$ 的最小值为 ______.

12. 已知 AC、BD 为圆 O:$x^2+y^2=4$ 的两条相互垂直的弦，垂足为 $M(1,\sqrt{2})$，则四边形 $ABCD$ 的面积的最大值为 ______.

13. 过点($\sqrt{2}$，0)引直线 l 与曲线 $y=\sqrt{1-x^2}$ 相交于 A，B 两点，O 为坐标原点，当△AOB 的面积最大时，直线 l 的斜率等于 ______.

14. (2012• 天津) 设 m，$n\in R$，若直线 l：$mx+ny-1=0$ 与 x 轴相交于点 A，与 y 轴相交于点 B，且 l 与圆 $x^2+y^2=4$ 相交所得弦的长为 2，O 为坐标原点，则△AOB 面积的最小值为 ______.

15. (2023• 湖北模拟) 已知点 P 在圆 O：$x^2+y^2=1$ 运动，若对任意点 P，在直线 l：$x+y-4=0$ 上均存在两点 A，B，使得 $\angle APB\geqslant\frac{\pi}{2}$ 恒成立，则线段 AB 长度的最小值是（　　）

A. $\sqrt{2}-1$　　B. $\sqrt{2}+1$　　C. $2\sqrt{2}-1$　　D. $4\sqrt{2}+2$

16. 已知圆 M: $(x+2)^2+(y-2)^2=2$，点 $A(t,0)$，若圆 M 上存在两点 B，C，使得 $\triangle ABC$ 是等边三角形，则实数 t 的取值范围是（　　）

A. $[-3,1]$　　B. $[-5,1]$　　C. $[-3,-1]$　　D. $[-4,0]$

17. 已知点 P 为直线 l: $x-y+1=0$ 上的动点，若在圆 C: $(x-2)^2+(y-1)^2=1$ 上存在两点 M，N，使得 $\angle MPN=60°$，则点 P 的横坐标的取值范围为（　　）

A. $[-2,1]$　　B. $[-1,3]$　　C. $[0,2]$　　D. $[1,3]$

18. 设动直线 l: $mx-y-2m+3=0(m\in R)$ 交圆 C: $(x-4)^2+(y-5)^2=12$ 于 A，B 两点（点 C 为圆心），则下列说法正确的有（　　）

A. 直线 l 过定点 $(2,3)$

B. 当 $|AB|$ 取得最小值时，$m=1$

C. 当 $\angle ACB$ 最小时，其余弦值为 $\frac{1}{4}$

D. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 的最大值为 24

19. 已知点 $P(2,3)$ 在定圆 C:$(x-4)^2+(y-5)^2=r^2(r>0)$ 内，经过点 P 的动直线 l 与 C 交于 A,B 两点，若 $|AB|$ 的最小值为 4，则（　　）

A. $r=4$

B. 若 $|AB|=4$，则直线 l 的倾斜角为 $135°$

C. 存在直线 l 使得 $CA\perp CB$

D. $S_{\triangle PAC}\cdot S_{\triangle PBC}$ 的最大值为 12

20. 曲线 C: $x^2+y^2=|x+y|$ 围成的封闭图形的面积为 ______，若直线 $y=k(x-2)$ 与 C 恰有两个公共点，则 k 的取值范围为 ______.

课堂总结

作业

1. (2014• 大纲版) 直线 l_1 和 l_2 是圆 $x^2+y^2=2$ 的两条切线．若 l_1 与 l_2 的交点为 $(1,3)$，则 l_1 与 l_2 的夹角的正切值等于 ______.

2. 设圆 C：$x^2+y^2=3$，直线 l：$x+3y-6=0$，点 $P(x_0,y_0)\in l$，存在点 $Q\in C$，使 $\angle OPQ=60^\circ$ (O 为坐标原点)，则 x_0 的取值范围是（　　）

   A. $\left[-\frac{1}{2},1\right]$　　B. $[0,1]$　　C. $\left[0,\frac{6}{5}\right]$　　D. $\left[\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]$

3. 已知圆 C 过点 $(1,0)$，且圆心在 x 轴的正半轴上，直线 l：$y=x-1$ 被该圆所截得的弦长为 $2\sqrt{2}$，则圆 C 的标准方程为 ______.

4. 过点 $P(1,1)$ 的直线，将圆形区域 $\{(x,y)|x^2+y^2\leqslant 4\}$ 分为两部分，使得这两部分的面积之差最大，则该直线的方程为（　　）

   A. $x+y-2=0$　　B. $y-1=0$

   C. $x-y=0$　　D. $x+3y-4=0$

5. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A，B 是圆 $x^2+y^2-6x+5=0$ 上的两个动点，且满足 $|AB|=2\sqrt{3}$，则 $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|$ 的最小值为 ______.