



第7讲：抛物线题型拓展

1. 已知抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 过 F 的任意直线交抛物线于 A, B 两点, 则 ΔOAB 的形状是 _____. (锐角、钝角、直角)

2. 已知 O 为坐标原点, 抛物线 C 的方程为 $y^2 = 8x$, F 为 C 的焦点, $A(2, 4)$, 过点 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 P, Q 两点 (异于点 A), 且 AP, AQ 分别交 x 轴于 M, N 两点, 则 $|OM| \cdot |ON| =$ _____.

3. 已知直线 $y = k(x + 2)$ ($k > 0$) 与抛物线 $C: y^2 = 8x$ 相交于 A, B 两点, F 为 C 的焦点, 若 $|FA| = 2|FB|$, 则 $k =$ ()
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

4. (2013·新课标 II) 设抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 直线 l 过 F 且与 C 交于 A, B 两点. 若 $|AF| = 3|BF|$, 则 l 的方程为 ()
A. $y = x - 1$ 或 $y = -x + 1$ B. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 1)$ 或 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x - 1)$
C. $y = \sqrt{3}(x - 1)$ 或 $y = -\sqrt{3}(x - 1)$ D. $y = \frac{\sqrt{2}}{2}(x - 1)$ 或 $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}(x - 1)$





5. (2020·新高考) 斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点, 且与 C 交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ _____.

6. (2017 全国 I) 已知 F 为抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点, 过 F 作两条互相垂直的直线 l_1, l_2 , 直线 l_1 与 C 交于 A, B 两点, 直线 l_2 与 C 交于 D, E 两点, 则 $|AB| + |DE|$ 的最小值为 ()

- A. 16 B. 14 C. 12 D. 10

7. 过抛物线 $E: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点 F 作两条互相垂直的弦 AB, CD , 设 P 为抛物线上的一动点, $Q(1, 2)$. 若 $\frac{1}{|AB|} + \frac{1}{|CD|} = \frac{1}{4}$, 则 $|PF| + |PQ|$ 的最小值是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. (2023·新高考 II) 设 O 为坐标原点, 直线 $y = -\sqrt{3}(x - 1)$ 过抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 且与 C 交于 M, N 两点, l 为 C 的准线, 则 ()

- A. $p = 2$ B. $|MN| = \frac{8}{3}$
C. 以 MN 为直径的圆与 l 相切 D. $\triangle OMN$ 为等腰三角形





9. (2013 全国 II) 设抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 点 M 在 C 上, $|MF| = 5$, 若以 MF 为直径的圆过点 $(0, 2)$, 则 C 的方程为 ()
- A. $y^2 = 4x$ 或 $y^2 = 8x$ B. $y^2 = 2x$ 或 $y^2 = 8x$
 C. $y^2 = 4x$ 或 $y^2 = 16x$ D. $y^2 = 2x$ 或 $y^2 = 16x$
10. 过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点 F 作直线交抛物线 C 于 A, B 两点, 则 ()
- A. $|AB|$ 的最小值为 4 B. 以线段 AB 为直径的圆与 y 轴相切
 C. $\frac{1}{FA} + \frac{1}{FB} = 1$ D. 当 $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{FB}$ 时, 直线 AB 的斜率为 $\pm\sqrt{3}$
11. 在平面直角坐标系中, 若点 $P(x, y) (y \geq 0)$ 到点 $(0, \frac{1}{4})$ 的距离比它到 x 轴的距离大 $\frac{1}{4}$, 则点 P 的轨迹 Γ 的方程为 _____, 过点 $(0, \frac{1}{4})$ 作两条互相垂直的直线分别与曲线 Γ 交于点 A, B 和点 C, D , 则 $\frac{4}{|AB|^2} + \frac{1}{|CD|^2}$ 的最小值为 _____.
12. 已知抛物线 $y^2 = 4x$, 过其焦点 F 的直线 l 与抛物线分别交于 A, B 两点 (A 在第一象限内), $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{FB}$, 过线段 AB 的中点且垂直于 l 的直线与 x 轴交于点 G , 则 ΔABG 的面积为 _____.





13. (2014 全国 II 理) 设 F 为抛物线 $C: y^2 = 3x$ 的焦点, 过点 F 且倾斜角为 30° 的直线交 C 于 A, B 两点, O 为坐标原点, 则 ΔOAB 的面积为 ()

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{9\sqrt{3}}{8}$ C. $\frac{63}{32}$ D. $\frac{9}{4}$

14. (2012·安徽) 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点 F 的直线交该抛物线于 A, B 两点, O 为坐标原点. 若 $|AF| = 3$, 则 ΔAOB 的面积为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $2\sqrt{2}$

15. (2022·新高考 II) 已知 O 为坐标原点, 过抛物线 $C: y^2 = 2px(p > 0)$ 焦点 F 的直线与 C 交于 A, B 两点, 其中 A 在第一象限, 点 $M(p, 0)$. 若 $|AF| = |AM|$, 则 ()

- A. 直线 AB 的斜率为 $2\sqrt{6}$ B. $|OB| = |OF|$
C. $|AB| > 4|OF|$ D. $\angle OAM + \angle OBM < 180^\circ$

16. (2022·新高考 I) 已知 O 为坐标原点, 点 $A(1, 1)$ 在抛物线 $C: x^2 = 2py(p > 0)$ 上, 过点 $B(0, -1)$ 的直线交 C 于 P, Q 两点, 则 ()

- A. C 的准线为 $y = -1$ B. 直线 AB 与 C 相切
C. $|OP| \cdot |OQ| > |OA|^2$ D. $|BP| \cdot |BQ| > |BA|^2$





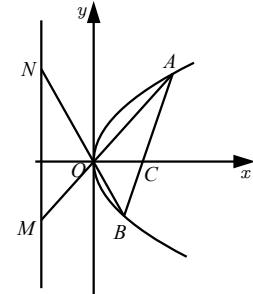
17. 设 O 为坐标原点, 抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线 l 与 x 轴的交点为 F_1 , 过点 F 的直线与抛物线 C 交于 A, B 两点, 过点 A, B 分别作 l 的垂线, 垂足分别为 A_1, B_1 , 则下列说法正确的有 ()
- A. $|A_1F_1| \cdot |B_1F_1| = |FF_1|^2$
 B. $|A_1B_1| \leq 2|FF_1|$
 C. $|OA| \cdot |OB| = |OA_1| \cdot |OB_1|$
 D. $|OA| + |OB| \geq |OA_1| + |OB_1|$
18. (2014 辽宁) 已知点 $A(-2, 3)$ 在抛物线 $C: y^2 = 2px$ 的准线上, 过点 A 的直线与 C 在第一象限相切于点 B , 记 C 的焦点为 F , 则直线 BF 的斜率为 ()
- A. $\frac{1}{2}$
 B. $\frac{2}{3}$
 C. $\frac{3}{4}$
 D. $\frac{4}{3}$
19. 已知抛物线 $C: y^2 = 8x$ 与点 $M(-2, 2)$, 过 C 的焦点, 且斜率为 k 的直线与 C 交于 A, B 两点, 若 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ 则 $k =$ _____.
20. 已知 F 是抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点, A, B 是 C 上的两个点, 线段 AB 的中点为 $M(2, 2)$, 则 $\triangle ABF$ 的面积等于 _____.
21. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px(p > 0)$ 的准线方程为 $x = -2$, 在抛物线 C 上存在 A, B 两点关于直线 $l: x + y - 7 = 0$ 对称, 设弦 AB 的中点为 M , O 为坐标原点, 则 $|OM|$ 的值为 _____.





22.(2024·菏泽一模)如图,过点 $C(a, 0)$ ($a > 0$) 的直线 AB 交抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 于 A, B 两点, 连接 AO, BO , 并延长, 分别交直线 $x = -a$ 于 M, N 两点, 则下列结论中一定成立的有 ()

- A. $BM \parallel AN$ B. 以 AB 为直径的圆与直线 $x = -a$ 相切
C. $S_{\Delta AOB} = S_{\Delta MON}$ D. $S_{\Delta MCN}^2 = 4S_{\Delta ANC} \cdot S_{\Delta BCM}$





课堂总结





作业

1. (2016·新课标I) 以抛物线 C 的顶点为圆心的圆交 C 于 A, B 两点, 交 C 的准线于 D, E 两点. 已知 $|AB| = 4\sqrt{2}$, $|DE| = 2\sqrt{5}$, 则 C 的焦点到准线的距离为 ()
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
2. (2017·新课标II) 已知 F 是抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点, M 是 C 上一点, FM 的延长线交 y 轴于点 N . 若 M 为 FN 的中点, 则 $|FN| = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. (2011·新课标) 已知直线 l 过抛物线 C 的焦点, 且与 C 的对称轴垂直. l 与 C 交于 A, B 两点, $|AB| = 12$, P 为 C 的准线上一点, 则 $\triangle ABP$ 的面积为 ()
A. 18 B. 24 C. 36 D. 48
4. (2014·新课标I) 已知抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点为 F , 准线为 l , P 是 l 上一点, Q 是直线 PF 与 C 的一个交点, 若 $\vec{FP} = 4\vec{FQ}$, 则 $|QF| = \underline{\hspace{2cm}}$
A. $\frac{7}{2}$ B. 3 C. $\frac{5}{2}$ D. 2
5. 已知抛物线 C 的顶点坐标为原点, 焦点在 x 轴上, 直线 $y = x$ 与抛物线 C 交于 A, B 两点, 若 $P(2, 2)$ 为 AB 的中点, 则抛物线 C 的方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

